Unidad 4: Transporte a plano inclinado

P1: modelos de transporte - irradiación horaria y sub-horaria

P2: modelos de transporte - irradiación diaria

El problema: se conoce $H_h = H_{bh} + H_{dh}$ diaria sobre PH

Se quiere estimar H_i, el total de irradiación diaria sobre un plano inclinado, usualmente orientado al ecuador.

El ángulo de incidencia varía a lo largo del día.

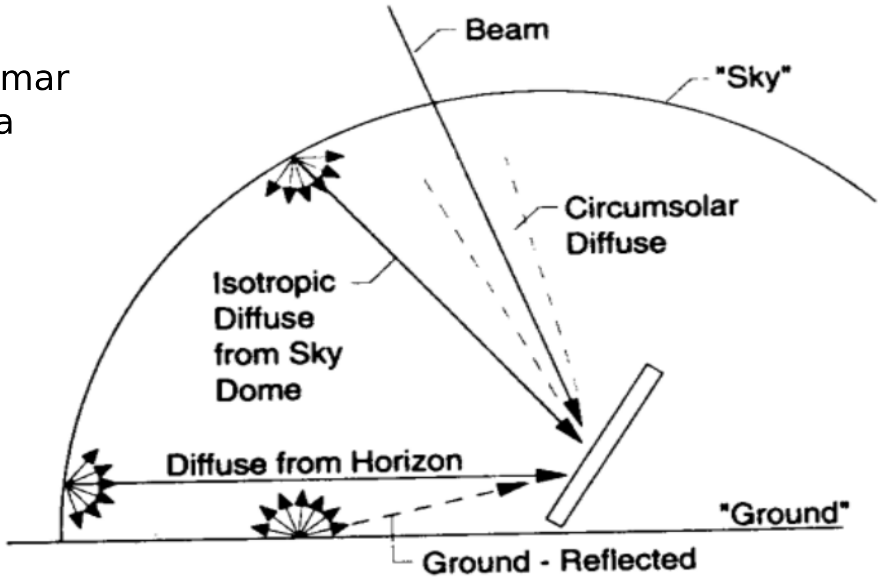
Método directo:
pasar a nivel horario y luego sumar sobre las horas j=1,2,3... del día

razón inclinada diaria:

$$R_i = \frac{H_i}{H_h} = \frac{\sum_j I_i(j)}{\sum_j I_h(j)}$$

el problema se reduce al caso anterior (horario).

requiere datos horarios y trabajo adicional



Se puede usar la linealidad del modelo isotrópico para construir un **modelo isotrópico diario**, sumando intervalos horarios o sub-horarios:

$$H_i^{iso} = \sum_j I_i^{iso}(j) = \sum_j \left[r_b(j) I_{bh}(j) + I_{dh}(j) \left(\frac{1+\cos\beta}{2} \right) + I_h(j)\rho_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2} \right) \right]$$

$$H_i^{iso} = \sum_j I_{bi}(j) + \sum_j I_{dh}(j) \left(\frac{1+\cos\beta}{2} \right) + \sum_j I_h(j)\rho_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2} \right)$$

$$H_i^{iso} = H_{bi} + H_{dh} \left(\frac{1+\cos\beta}{2} \right) + H_h \, \rho_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2} \right)$$

Razón directa diaria: $R_b = \dfrac{H_{bi}}{H_{bh}}$

modelo isotrópico diario

como se calcula?

$$H_i^{iso} = R_b \, H_{bh} + H_{dh} \left(\frac{1+\cos\beta}{2} \right) + H_h \, \rho_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2} \right)$$

en forma adimensionada

$$R_i^{iso} = R_b \, (1 - F_d) + F_d \left(\frac{1+\cos\beta}{2} \right) + \rho_g \left(\frac{1-\cos\beta}{2} \right)$$

Fracción difusa diaria:

$$F_d = \frac{H_{dh}}{H_h}$$

Hipótesis de Liu y Jordan (1960): el efecto de la atmósfera puede ser ignorado en la razón directa diaria.

Transforma R_b en un **concepto geométrico** que puede calcularse a nivel TOA

$A' + B' \cos\omega + C' \sin\omega$

$$R_b = \frac{H_{bi}}{H_{bh}} \approx \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{\int_{-\omega'_s}^{\omega'_s} G_0 \cos\theta \, d\omega}{\int_{-\omega_s}^{\omega_s} G_0 \cos\theta_z \, d\omega}$$

$A + B\cos\omega$

cuentas para el caso general son triviales: ver Notas FRS

Superficie al ecuador: latitud equivalente

$$R_b = \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{H_{0h}(\phi + s\beta)}{H_{0h}(\phi)} = \frac{\omega'_s \sin\delta \sin(\phi + s\beta) + \cos\delta\cos(\phi + s\beta)\sin\omega'_s}{\omega_s \sin\delta\sin(\phi) + \cos\delta\cos(\phi)\sin\omega_s}$$

$$\omega_s = \arccos\left(-\tan\phi\tan\delta\right) \qquad \omega'_s = \min\begin{cases}\arccos\left(-\tan\phi\tan\delta\right) \\ \arccos\left(-\tan(\phi + s\beta)\tan\delta\right)\end{cases}$$

s=1: H.S.
s=-1: H.N

En ciertos análisis se trabaja sobre **promedios mensuales diarios**

irradiación diaria promedio en plano inclinado

$$\bar{H}_i = \frac{1}{N_m} = \sum_{n=1}^{N_m} H_i(n)$$

N_m = 28, 29, 30 o 31
m= 1,2, ... 12 (mes)

irradiación diaria promedio en plano horizontal

$$\bar{H}_h = \frac{1}{N_m} = \sum_{n=1}^{N_m} H_h(n)$$

Razón inclinada diaria promedio

$$\bar{R}_i(m) = \frac{\bar{H}_i(m)}{\bar{H}_h(m)}$$

Razón directa diaria promedio

$$\bar{R}_b = \frac{\bar{H}_{bi}}{\bar{H}_{bh}}$$

modelo isotrópico (forma adimensionada):

$$\bar{R}_i \simeq \bar{R}_b(1-\bar{F}_d) + \bar{F}_d\left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) + \rho_g\left(\frac{1-\cos\beta}{2}\right)$$

Razón directa media - cálculo directo

Usando la expresión diaria, para el día n del mes (Sup. al ecuador):

$$R_b(n) = \frac{\omega_s' \sin\delta \sin(\phi + s\beta) + \cos\delta \cos(\phi + s\beta) \sin\omega_s'}{\omega_s \sin\delta \sin(\phi) + \cos\delta \cos(\phi) \sin\omega_s}$$

y promediando directamente para cada mes m = 1,2 ... 12

$$\bar{R}_b(m) = \frac{1}{N_m} \sum_{n=1}^{N_m} R_b(n)$$

No hay mucha ganancia con respecto al cálculo diario de H_i y luego hacer el promedio en el mes...

Razón directa media - día típico del mes

Es posible usar el **día típico del mes** para trabajar a nivel de promedios mensuales

[Klein, S. Calculation of the monthly average Transmittance-Absortance product. Solar Energy, 23:547 (1979)]

El día típico del mes es aquel para el cual la irradiación diaria horizontal TOA es mas cercana al promedio mensual

$$H_{0h}(n = n^*) \simeq \bar{H}_{0h}$$

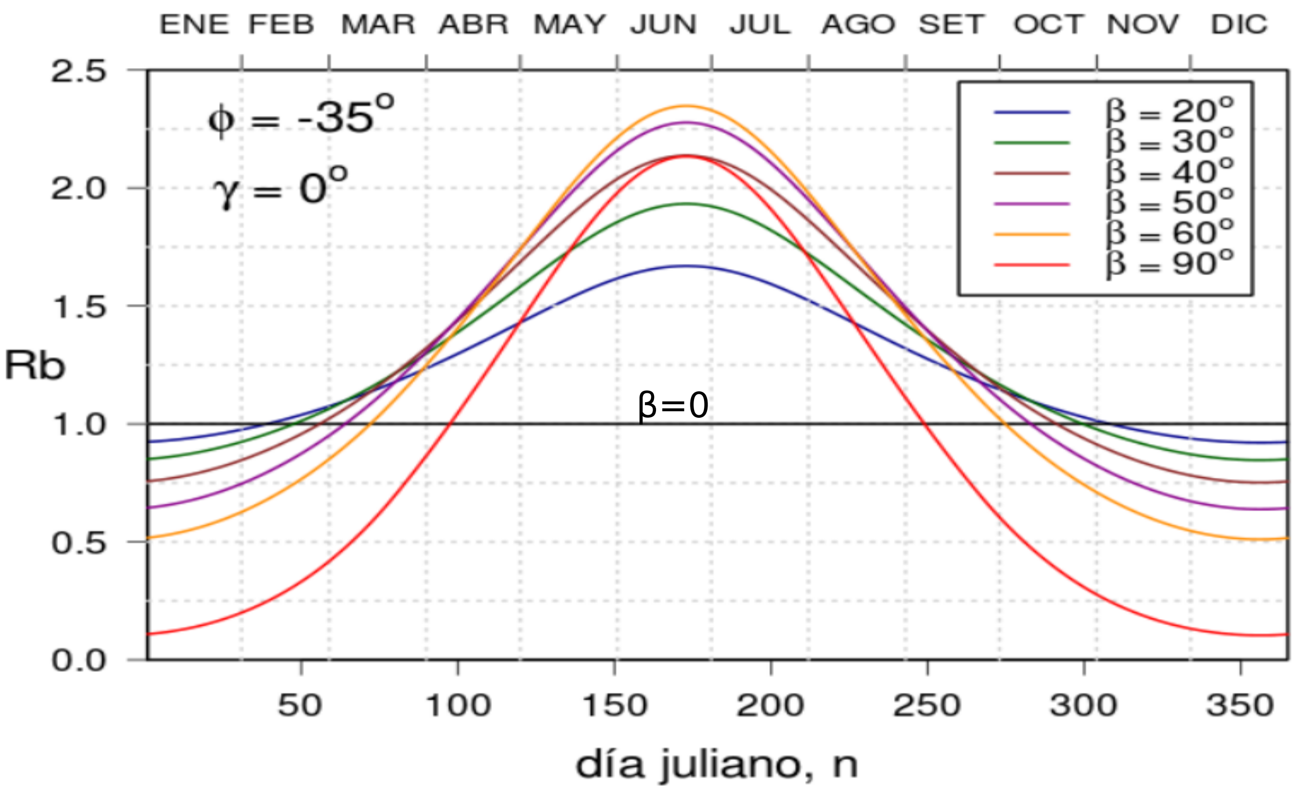
El día típico de cada mes esta tabulado:

mes $\rightarrow$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
día típico	17	16	16	15	15	11	17	16	15	15	14	10
n^*	17	47	75	105	135	162	198	228	258	288	318	344
δ (^{o})	-20,9	-12,6	-2,0	9,5	18,7	23,0	21,3	14,0	3,3	-8,2	-18,0	-22,8
MJ/m^2 H_{0h}	43,3	38,8	32,3	24,8	18,7	15,8	16,9	21,6	28,5	35,7	41,4	44,1

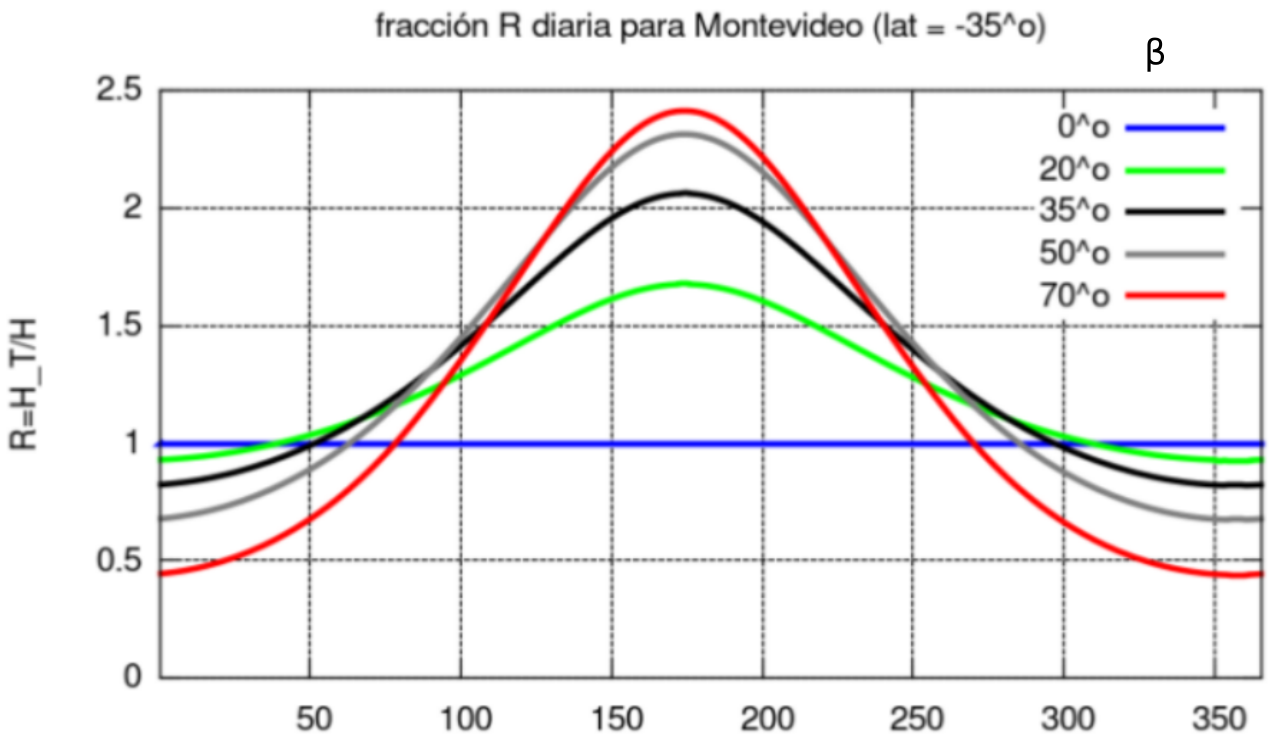
$\bar{R}_b$ puede aproximarse por el valor R_b del día típico del mes (es geométrico TOA)

$$\bar{R}_b(m) \simeq \left. \frac{\omega_s' \sin\delta^* \sin(\phi + s\beta) + \cos\delta^* \cos(\phi + s\beta) \sin\omega_s'}{\omega_s \sin\delta^* \sin(\phi) + \cos\delta^* \cos(\phi) \sin\omega_s} \right|_{n=n^*}$$

Razón directa diaria en Montevideo, superficie al Norte

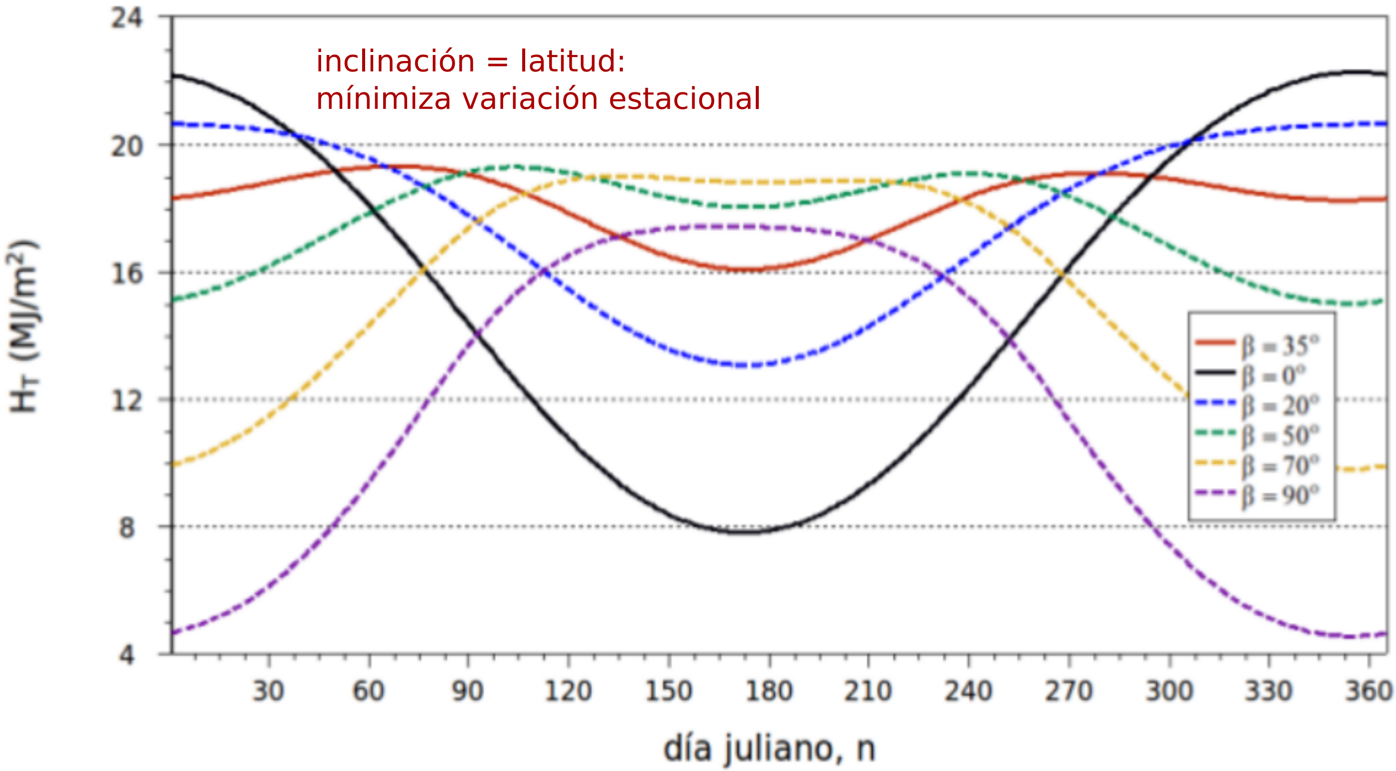


$$R_b(n) = \frac{\omega_s' \sin\delta \sin(\phi + s\beta) + \cos\delta \cos(\phi + s\beta) \sin\omega_s'}{\omega_s \sin\delta \sin(\phi) + \cos\delta \cos(\phi) \sin\omega_s}$$



$$R_i^{iso} = R_b\,(1 - F_d) + F_d\left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) + \rho_g\left(\frac{1-\cos\beta}{2}\right) \qquad F_d = 0.5,\ \rho_g = 0.20$$

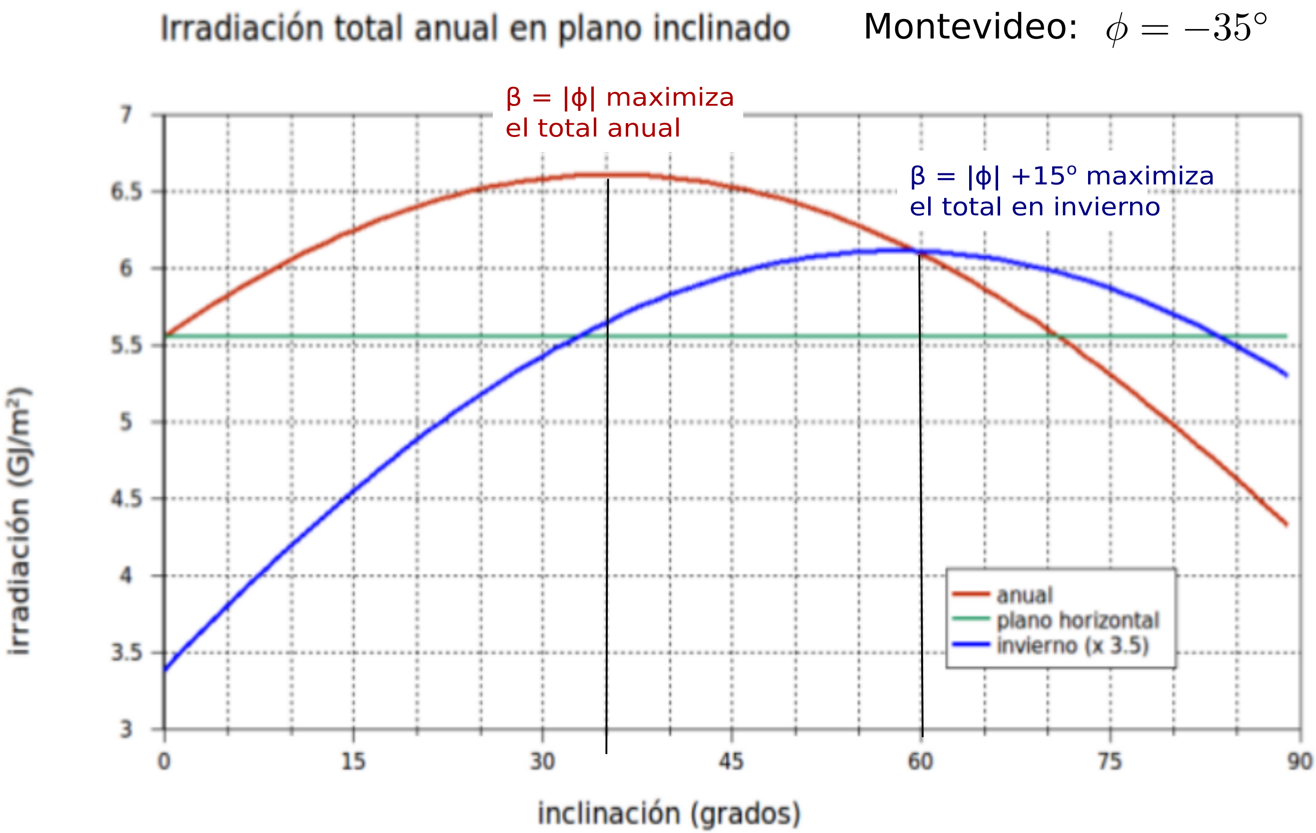
Montevideo: $\phi = -35°$



Suposiciones: $K_T = 0.50,\ F_d = 0.50,\ \rho_g = 0.20$

Irradiación total anual vs inclinación

Montevideo: $\phi = -35°$



Suposiciones: $K_T = 0.50,\ F_d = 0.50,\ \rho_g = 0.20$

A modo de conclusión (para latitudes medias)

- Para priorizar **energía incidente en verano**, la inclinación debe ser unos 15° menor que la latitud absoluta. Refrigeración solar ?

- Para priorizar **energía incidente en invierno**, la inclinación debe ser unos 15° mayor que la latitud absoluta. Instalaciones solares térmicas domiciliarias.

- Para priorizar la **energía incidente anual y la menor variación estacional**, la inclinación debe ser similar a la latitud absoluta. Generación fotovoltaica.

- Para priorizar la **energía incidente anual y la menor variación estacional**, la inclinación debe ser similar a la latitud absoluta. Desvíos de hasta 15° causan una reducción anual menor a 5%. Generación fotovoltaica.

- La dependencia con desvíos de azimut es leve. Para desvíos de hasta 15° se pueden utilizar las expresiones para superficies al ecuador, con poco error.

Observación: Las consideraciones anteriores no tienen en cuenta efectos locales de nubosidad o clima. Se usó K_T = 0.50 y F_d = 0.50 en forma genérica.

Fin de la Parte 2 de la Unidad 4