



# Radiación Solar

Notas del curso Fundamentos del Recurso Solar

Gonzalo Abal

Rodrigo Alonso-Suárez

Agustin Laguarda

**Posgrados en Ingeniería**

**Facultad de Ingeniería, UDELAR, Uruguay**

Versión 4.0

6 de Junio de 2020

Laboratorio de Energía Solar

<http://les.edu.uy/>

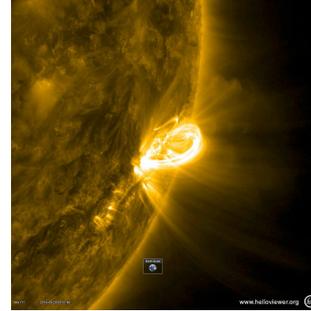


UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY

Hoja en blanco

# Capítulo 1

## Introducción



Región activa del Sol (tomada el 28 Sept. 2016) mostrando las líneas de campo magnético iluminadas por las partículas cargadas moviéndose en espiral. Se muestra la Tierra para dar idea de la escala.  
Solar Dynamics Observatory - NASA

El flujo de radiación solar que llega al nivel del suelo terrestre depende de múltiples factores. Algunos de ellos son de tipo determinista como la ubicación del observador, la fecha y hora del día o la orientación de la superficie receptora. Otros dependen del estado de la atmósfera en el momento dado, y resultan en fenómenos de absorción, reflexión y dispersión de la radiación al atravesarla. Este último factor, el estado de la atmósfera, varía en el tiempo y en el espacio en una forma difícil de medir, estimar o predecir. La presencia de nubes, el contenido y tipo de aerosoles en suspensión, o la cantidad de agua precipitable, afectan la radiación solar que llega a la superficie terrestre en un punto y momento dados. El factor no determinista que más incide en el nivel de radiación en la superficie es la nubosidad y es, justamente, el que puede variar más rápidamente. Por ejemplo, es común que al ocultarse el Sol por una nube se reduzca la radiación incidente a nivel de tierra en un 80 %, proceso que ocurre en pocos segundos. Otras variables meteorológicas, como temperatura, humedad relativa, presión atmosférica o velocidad del viento, presentan variaciones más lentas. La predicción de la variabilidad de la radiación solar es un desafío considerable.

Debido a la enorme diferencia entre el radio medio terrestre y la distancia media Tierra-Sol, solo una pequeña fracción de la potencia emitida por el Sol incide sobre la Tierra<sup>1</sup>. En general, menos del 80 % de la energía solar incidente sobre el planeta llega a la superficie. Aún así, un cálculo elemental [PP15] muestra que bastaría con la energía solar incidente en una pequeña porción de la superficie de nuestro planeta para abastecer la demanda global de energía. Esta enorme cantidad de energía llega a la superficie terrestre con baja densidad de potencia y alta variabilidad temporal, por lo que su aprovechamiento masivo con fines energéticos representa un desafío.

<sup>1</sup>Esta fracción es de orden  $R_t^2/r_0^2 \approx 10^{-10}$ , donde  $R_t = 6,371 \times 10^6$  m es el radio medio terrestre y  $r_0 = 1,495 \times 10^{11}$  m es la distancia media Tierra-Sol.

La Fig. 1.1 compara gráficamente el potencial anualizado de energía solar, comparándolo con el consumo anualizado de energía en nuestro planeta (18.5 TWy en 2015)<sup>2</sup>, con el potencial anualizado de otras energías renovables y con las reservas estimadas de los diferentes combustibles convencionales no renovables. La comparación se realiza utilizando esferas con volumen proporcional a cada cantidad de energía. La esfera amarilla representa los 23000 TWy de energía solar que inciden anualmente en la superficie seca del planeta, considerando pérdidas promedio debido a la atmósfera de 65 %. Los otros potenciales anuales renovables<sup>3</sup> y reservas de fuentes convencionales son estimados siguiendo los métodos descritos en [PP15]. Algunos estimativos, como las reservas de Uranio, son bastante inciertos, por lo que se indica un rango (mínimo, máximo). El análisis muestra que la energía solar incidente sobre tierra emergidas *en un año* es tres órdenes de magnitud mayor que el consumo anual de energía en la Tierra y equivale a unas 15 veces la suma de todas las reservas totales estimadas para las fuentes convencionales (1570 TWy).

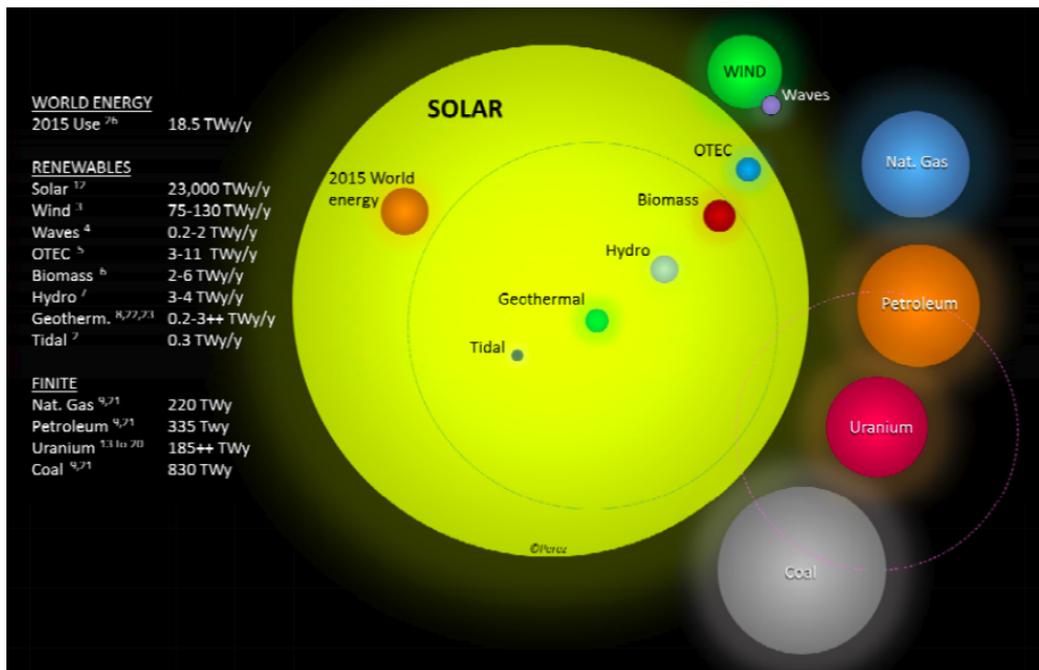


Figura 1.1: Comparación entre las reservas energéticas convencionales estimadas, el potencial anual estimado para las diferentes energías renovables y el consumo mundial anual de energía (datos actualizados a 2015). Figura de la Ref. [PP15].

<sup>21</sup> Tera-Watt-año es  $10^9 \times 365 \times 24$  kilo-Watt-hora, por tanto  $1 \text{ TWy} = 8,76^{12} \text{ kWh}$ .

<sup>3</sup>OTEC refiere a Ocean Thermal Energy Conversion, es decir, la energía útil obtenible a partir de las diferencias de temperatura con la profundidad en los océanos.

Por la cantidad de energía que involucra, es evidente que es necesario prestar atención al recurso solar disponible en la superficie de la Tierra. El desafío para la ingeniería es captarla, almacenarla y aprovecharla eficientemente a menor costo que otras fuentes de energía. Las energías no renovables como los combustibles fósiles o las sustancias fisionables son finitas en tiempos humanos. Aparte del problema obvio que esto acarrea, en tanto a la fecha abastecen casi el 90 % de la demanda de energía mundial [BP19], su precio presentará una tendencia al alza en el largo y mediano plazo a medida que estos recursos escasean. El panorama es preocupante aún sin mencionar el factor ambiental: el uso de energía basada en combustibles fósiles genera como subproductos grandes cantidades de gases opacos a la radiación térmica, pero básicamente transparentes a la radiación solar incidente (gases de efecto invernadero). Este efecto dificulta el enfriamiento natural de la Tierra, provocando un desbalance radiativo en el planeta (balance térmico), lo que aumenta gradualmente la temperatura media de la atmósfera y de los océanos. A su vez, esto ocasiona una serie de efectos complejos e interdependientes a escala global, agrupados bajo la etiqueta de “calentamiento global” o “cambio climático”, y tiene consecuencias importantes a corto, mediano y largo plazo sobre el clima de la Tierra, las actividades humanas y la biodiversidad, afectando la biósfera en forma irreversible. Todo lo anterior justifica la necesidad de incorporar en forma progresiva y sostenida de fuentes de energía renovable: a la fecha, de la demanda global de energía, la energía hidroeléctrica abastece un 7 % y las energías renovables intermitentes<sup>4</sup>, como la solar y la eólica, abastecen un 4 %. El camino para recorrer es aún enorme.

En Uruguay, se ha dado un proceso reciente de cambio en la matriz energética eléctrica, que ha pasado de estar basada (históricamente) en energía hidroeléctrica y petróleo importado, a ser casi completamente basada en fuentes de energía renovables (hidroeléctrica, eólica, biomasa y solar fotovoltaica). Este cambio se ha dado en muy poco tiempo (unos cinco años) y ha transformado a Uruguay de ser un país importador de energía a un país exportador de energía eléctrica basada en recursos renovables. El cambio continua: podemos esperar que los costos de generación renovables sigan cayendo progresivamente y los sistemas de almacenamiento sean cada vez más económicos y compactos, de modo que los eventuales excedentes de energía eléctrica de origen renovable puedan almacenarse para uso posterior o tener otros usos que a la fecha son poco convencionales. Estos posibles usos son varios, pudiéndose mencionar la movilidad eléctrica a través de vehículos particulares o flotas de transporte público o de carga, reemplazando el uso de gasoil y

---

<sup>4</sup>En algunos contextos estas energías se siguen denominando como “renovables no convencionales”, término que se debería desalentar debido a su relevancia actual.

nafta, la producción de hidrógeno para transporte o actividades industriales, o incluso la iluminación artificial de cultivos protegidos, entre otros. En este escenario de mayor demanda eléctrica, se puede esperar que a mediano plazo continúe la incorporación de plantas fotovoltaicas a la matriz de generación eléctrica. Por otro lado, el potencial de la energía solar para calentamiento de agua sanitaria residencial y para precalentamiento de agua para uso industrial está apenas explotado en Uruguay, por razones más culturales que económicas. Se estima que en un hogar promedio, aproximadamente 1/3 del consumo eléctrico corresponde al calentamiento de agua sanitaria. Al precio actual del kWh eléctrico residencial en Uruguay, mantener el agua caliente en la casa a través de un calefón eléctrico significa un costo elevado, posiblemente de los más caros del mundo para este propósito, por lo cual los sistemas de calentamiento solar básicos se amortizan en plazos que van desde los 3 a 6 años, dependiendo de las condiciones de uso y el tamaño del núcleo familiar. Hay un potencial económico importante para la incorporación de sistemas solares térmicos simples, tanto a nivel residencial como industrial, pero el uso masivo de estas tecnologías implica la apropiación de estrategias de uso y mantenimiento, que hasta momento no son muy extendidas en nuestro país.

Un conocimiento adecuado del recurso solar es necesario, tanto para diseñar proyectos de gran porte, como para estimar el plazo de retorno de un colector solar para uso personal. Por otra parte, la planificación agropecuaria y productiva requiere frecuentemente de un conocimiento detallado de la radiación solar incidente en superficie y su variabilidad esperable. Este curso proporciona herramientas para medir, evaluar y eventualmente predecir la intensidad y la variabilidad espacial y temporal de la radiación solar incidente en la superficie terrestre.

## Sobre estas notas

Estas notas (en su versión 4.0) son el material de referencia del curso de posgrado *Fundamentos del Recurso Solar* de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República. Se privilegia en los contenidos un enfoque fundamental por sobre el enfoque exclusivamente tecnológico, y están dirigidas a un público de ingenieros o estudiantes de posgrado con una formación de grado similar en lo que refiere a Física y Matemática. El material está organizado por capítulos, siguiendo aspectos vinculados al modelado, estimación, caracterización y predicción del recurso solar, con cierto énfasis en el caso del Uruguay. Se busca brindar herramientas que le permitan al profesional trabajar con datos reales del recurso, evaluar la calidad de una serie de datos de origen desconocido y conocer las fuentes de información disponibles. To-

das las expresiones que involucran orientación angular en la superficie de la Tierra han sido adaptadas para un observador ubicado en el hemisferio sur<sup>5</sup>.

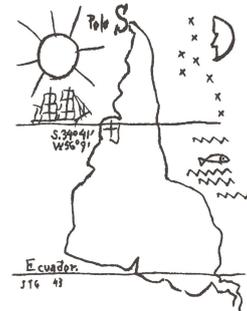
Es inevitable que un trabajo de este porte se deslicen errores involuntarios. Estos errores, fácilmente corregibles, tienen el potencial de generar confusión en el lector. De encontrar cualquier un error o errata en este documento, agradecemos que nos sea comunicado al correo [info@les.edu.uy](mailto:info@les.edu.uy) para poder corregirlo en las sucesivas ediciones.

---

<sup>5</sup>Debe tenerse cuidado al utilizar expresiones con otro origen, ya que casi la totalidad de los textos sobre el tema utilizan expresiones con la posición angular natural para un observador ubicado en el hemisferio norte.

## Capítulo 2

# Radiación solar fuera de la atmósfera



Joaquín Torres García  
"America invertida", 1943

En este capítulo presentamos las características de la radiación solar que llega a la Tierra antes de que tenga interacciones significativas con la atmósfera. Técnicamente, no hay una línea divisoria entre la atmósfera y el espacio exterior, sino que la presencia de gases va disminuyendo con la altura hasta que su densidad es despreciable (ver Fig. 2.1).



Figura 2.1: Fotografía del tope de la atmósfera, tomada el 20 de Julio de 2006 (NASA). Se observa la Luna en el fondo. Crédito: <https://earthobservatory.nasa.gov/images/7373/the-top-of-the-atmosphere>

La atmósfera decrece en densidad a medida que aumenta la altura sobre el nivel del mar, mostrando un halo azul debido a la dispersión de Rayleigh (explicado en la Subsección 3.2.1). A medida que se reduce la densidad, la dispersión es menos frecuente y el halo se funde en el negro del espacio

exterior. A efectos del balance radiante de la Tierra, se utiliza la distancia de convención de 100 km para definir la región a partir de la cual los efectos de la atmósfera son despreciables. Nos referiremos a este límite como Tope de la Atmósfera o TOA, de su sigla en inglés.

## 2.1. Definiciones básicas

Para entender la radiación solar se requiere definir conceptos básicos de transferencia radiante. La *radiancia espectral*, conocida también como intensidad espectral en el contexto de transferencia de calor [IDBL06], es la potencia por unidad de área  $dA$  (en  $m^2$ ), por unidad de ángulo sólido  $d\Omega$  (en estereorradianes, str) y por unidad de longitud de onda  $d\lambda$  (en  $\mu m$ ) que incide o se emite en dirección normal a la superficie  $dA$ . Su definición se muestra en la Ec. (2.1) donde  $dP$  es la potencia radiante y  $\theta$  el ángulo entre la dirección de incidencia (o emisión) y la normal saliente a la superficie (ver Figura 2.2). La *radiancia* (o intensidad radiante) es la integral de  $L_\lambda$  en todas las longitudes de onda  $\lambda$ , según la Ec.(2.2). Se identifica en la Figura 2.2 el caso de la radiancia emitida por la superficie  $dA$  (en rojo) y de la radiancia incidente sobre la superficie  $dA$  (en azul). La radiancia y la radiancia espectral son magnitudes direccionales, y se miden respectivamente en  $W/m^2 \text{ str}$  y  $W/m^2 \text{ str } \mu m$ . La Ley de Planck, Ec. (2.3), permite calcular la radiancia espectral emitida en todas las direcciones por un radiador ideal (cuerpo negro) a temperatura  $T$ . En dicha ecuación  $c$  es la velocidad de la luz,  $h$  es la constante de Planck y  $k$  es la constante de Boltzmann. Esta es una ecuación de suma importancia práctica e histórica para la Física, que se describe en textos de Física e Ingeniería variados, por lo que no ahondaremos más aquí. El lector interesado puede consultar las Refs. [Eis01, Eis02, IDBL06].

$$L_\lambda = \frac{dP}{\cos \theta \, dA \, d\Omega \, d\lambda} \quad (2.1)$$

$$L = \int_\lambda L_\lambda \, d\lambda \quad (2.2)$$

$$L_\lambda^{bb} = \frac{2 \, h \, c^2}{\lambda^5 \left( \exp \left( \frac{h \, c}{\lambda \, k \, T} \right) - 1 \right)} \quad (2.3)$$

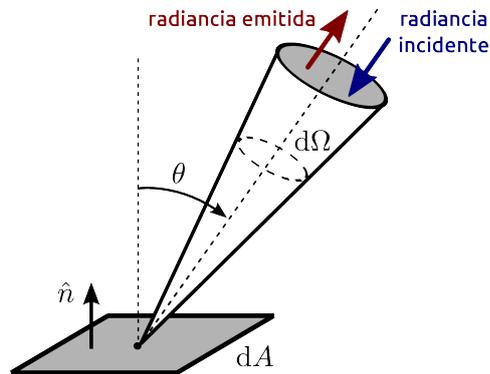


Figura 2.2: Definición de radiancia.

## 2.2. Constante Solar

---

La radiancia incidente integrada en un ángulo sólido  $\Omega$  se denomina *irradiancia*, y es la potencia que incide en forma normal sobre una superficie por unidad de área  $dA$ , medida en  $\text{W}/\text{m}^2$ . La *irradiancia espectral* tiene una relación análoga con la radiancia espectral incidente y se mide en  $\text{W}/\text{m}^2 \mu\text{m}$ . Ambas relaciones se resumen en las Ecs. (2.4) y (2.5), respectivamente. Por practicidad, otras denominaciones se utilizan para la potencia emitida por unidad de área, como emitancia o poder de emisión, y su cálculo está dado también por las Ecs. (2.4) y (2.5). Ambas magnitudes, irradiancia y emitancia, están siempre asociadas a un ángulo sólido  $\Omega$ . En lo subsiguiente pondremos foco en la potencia incidente, puesto que nos interesa la radiación solar incidente en la Tierra.

$$G = \int_{\Omega} L \cos \theta \, d\Omega \quad (2.4)$$

$$G_{\lambda} = \int_{\Omega} L_{\lambda} \cos \theta \, d\Omega \quad (2.5)$$

La integral en el tiempo de la irradiancia se denomina *irradiación*, y es la energía incidente por unidad de área receptora medida en  $\text{J}/\text{m}^2$  o  $\text{kWh}/\text{m}^2$ . La definición de irradiación está asociada a un intervalo temporal  $\Delta t$  que siempre se debe especificar.

## 2.2. Constante Solar

La irradiancia solar media incidente sobre una superficie normal a la dirección Tierra-Sol ubicada en TOA cuando la Tierra esta a una distancia igual a la distancia media Tierra-Sol (1 Unidad Astronómica o UA), se conoce como la *constante solar*,  $G_s$ . Su valor se determina experimentalmente a partir de medidas satelitales de *irradiancia espectral*, integrando en todas las longitudes de onda relevantes. Esta magnitud presenta variaciones en torno a 0.1 % debido a cambios en la actividad solar (manchas o tormentas solares) en ciclos característicos de 11 años. Se adopta un valor convencional cercano al valor medio en varios ciclos. La Fig. 2.3 muestra varias series históricas de este tipo de medidas. La constante solar es una cantidad que varía en el tiempo (años) y su valor tiene un rol central en el balance energético de la Tierra y en la temperatura media de equilibrio del planeta. Además, la constante solar participa en las etapas iniciales de los cálculos de energía solar disponible en superficie, por lo cual conocer su valor con la mayor precisión posible es relevante. De hecho, al ser una cantidad variable en el tiempo, su denominación como Constante Solar están en desuso y la tendencia moderna es utilizar el nombre Irradiancia Solar Total (o TSI por sus siglas en inglés).

## 2.2. Constante Solar

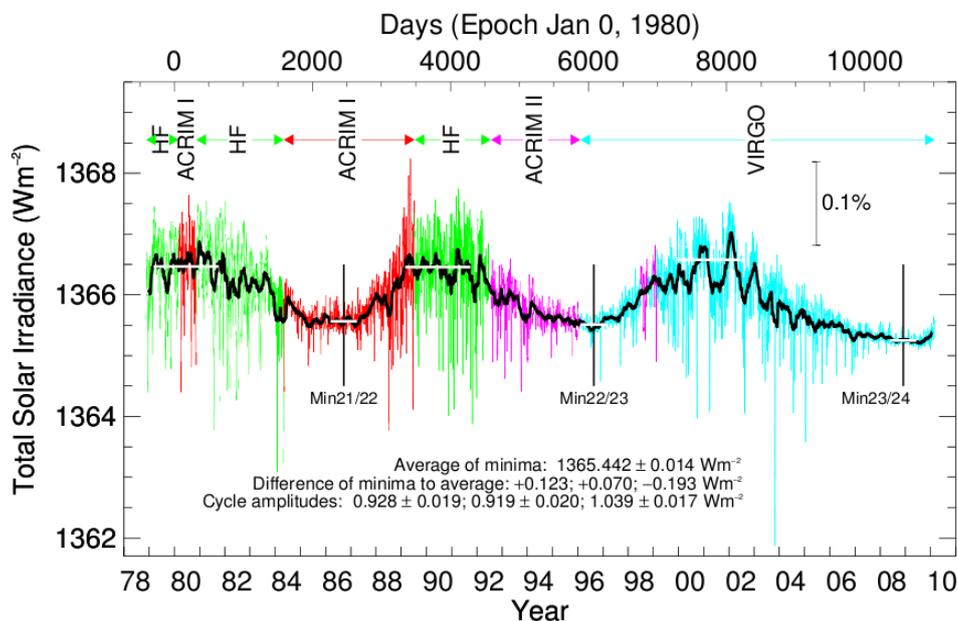


Figura 2.3: Medidas históricas de la constante solar correspondientes a diversos satélites en el período 1978-2010, que incluye tres ciclos solares. Los colores indican diferentes series de medidas. Los mínimos difieren de su promedio en menos de  $0.2 \text{ W/m}^2$ . Fuente: [Fro12].

La NASA ha monitoreado la radiación que llega del Sol a TOA en forma continua desde 1978 a través de varias misiones: Nimbus-7/ERB, ACRIM-Sat, SORCE, TCTE y, recientemente, el Total and Spectral Solar Irradiance Sensor-1 (TSIS-1) montado en la estación espacial internacional desde 2018. El satélite SORCE (Solar Radiation and Climate Experiment) de NASA<sup>1</sup>, ubicado a 640 km de altura, midió la irradiancia solar espectral con precisión de 0.01 % desde Enero de 2003 a Febrero de 2020 (18 años). El TSIS-1, actualmente en órbita, está diseñado para durar 5 años, al cabo de los cuales será reemplazado por el TSIS-2 (con fecha de lanzamiento prevista para 2023). Esta permanente actualización de los espectroradiómetros que observan la radiación solar incidente a TOA permite alcanzar niveles de incertidumbre cada vez más bajos e ir corrigiendo el valor de la TSI a medida que se avanza en el monitoreo.

La Fig. 2.4 muestra la serie de observaciones diarias de TCI consistidas (tomando como referencia el TSIS-1) y la actividad solar en el período, medida por el número de manchas solares observado. Se visualizan cuatro ciclos de actividad solar<sup>2</sup> con un período aproximado de 11 años, en cada uno de

<sup>1</sup><https://eosps.nasa.gov/missions/solar-radiation-and-climate-experiment>

<sup>2</sup>Actualmente (Abril 2020) está iniciando el ciclo solar 25 y se desarrollará hasta 2031.

## 2.2. Constante Solar

los cuales se produce un pico de actividad solar. Se desconoce el detalle sobre la causa de esta periodicidad en los ciclos de actividad solar, pero la misma es muy regular. Las manchas solares se deben a efectos magnéticos locales superficiales, pueden abarcar un área similar al tamaño del disco terrestre y se manifiestan como zonas mas oscuras en el disco solar (por emitir menor flujo de energía). Sin embargo, invariablemente aparecen rodeadas de zonas mas brillantes que el promedio (faculae) que emiten mayor flujo de energía por lo que el efecto neto de una mancha solar es aumentar transitoriamente la emisión TSI en esa zona.

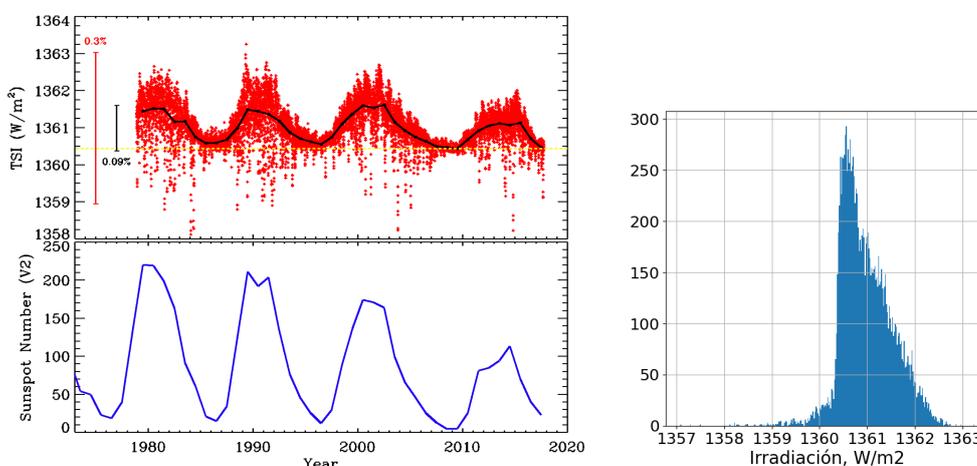


Figura 2.4: Serie de medidas diarias consistidas de TSI de cuarenta años (1978 a 2018) y actividad solar en ese período. Arriba-Izquierda: Irradiancia diaria promedio TOA en rojo y promedio anual en negro. La barra roja a la izquierda muestra la variación de 0.3% en irradiancia asociada a la actividad solar. La línea amarilla a trazos indica el valor mínimo observado en la serie de medias anuales de estos cuatro ciclos y la barra negra indica la variación de 0.09% observada en los promedios anuales. Abajo-Izquierda: Número de manchas solares observadas en el mismo período. Derecha: El histograma de las medidas (puntos rojos) mostrando la asimetría de las variaciones. Fuente: PMOD - World Radiation Center, Suiza, <https://www.pmodwrc.ch/> para la TSI, y Solar Influence Data Center (SIDC), Bélgica, <http://sidc.oma.be/silso/datafiles> para las manchas solares.

Los mínimos de actividad solar están asociados a un disco solar homogéneo (con pocas manchas) y el valor mínimo de irradiancia solar incidente ( $\simeq 1360.4 \text{ W/m}^2$ , según se aprecia en la Fig. 2.4) se mantiene aproximadamente constante entre ciclos. Durante un pico de actividad solar, este valor aumenta en  $1.4 \text{ W/m}^2$  o 0,1%. Esto da lugar a cierto debate sobre el valor adecuado para la constante solar: ¿Debe tomarse el mínimo entre ciclos solares, que está bien definido y corresponde al estado “normal” o “en reposo” del Sol? o ¿Debe tomarse el promedio de la TSI observada sobre varios ciclos solares? En el primer caso, a partir de estudio detallado de la serie consi-

### 2.3. Variación estacional

---

da, se ha llegado al valor  $1360,8 \pm 0,5 \text{ W/m}^2$  [KL11, Fro12]. El promedio de los cuatro ciclos solares (puntos rojos en la Fig. 2.4)) es  $1361,0 \text{ W/m}^2$  y su desviación estándar es  $0,50 \text{ W/m}^2$ . El World Radiation Center<sup>3</sup>, actualmente custodio del patrón mundial de radiación solar, recomienda un valor de TSI de  $G_s = 1361 \text{ W/m}^2$ , pero debe tenerse presente que durante un máximos solar la TSI llega a superar  $1362 \text{ W/m}^2$ . Teniendo todo esto en cuenta, el valor recomendado de la constante solar es:

$$G_s = 1361,0 \pm 1,0 \text{ W/m}^2,$$

con una incertidumbre asociada (P95) de 0.07 %.

Debe tenerse en cuenta que en muchos textos y software de uso extendido aún se usa el valor convencional histórico de la constante solar,  $G_s = 1367 \text{ W/m}^2$ . Por ejemplo, este es el valor usado en la clásica Ref. [DB06]. Este valor es 0.4 % mayor que el valor actualizado, pero continua en uso por razones históricas. Como veremos, la incertidumbre P95 asociada a la medida de campo de irradiancia solar en superficie terrestre son del orden de al menos 3 % y frecuentemente mayores, por lo cual este pequeño error sistemático no tiene mayores consecuencias.

## 2.3. Variación estacional

La irradiancia fuera de la atmósfera (TOA) en un plano perpendicular a la línea Tierra-Sol (en incidencia normal), presenta una variación estacional de aproximadamente  $\pm 3 \%$  en torno al valor de  $G_s$  debido a la excentricidad de la órbita terrestre. Para incluir este efecto en el modelado de la irradiancia TOA es necesario analizar el movimiento orbital de la Tierra en cierto detalle.

La Tierra describe una órbita elíptica con el Sol en un foco (F), como se muestra en la Fig. 2.5, donde la excentricidad se exageró por razones ilustrativas. La excentricidad  $\epsilon$  de la órbita tiene el valor aproximadamente constante<sup>4</sup> de  $\epsilon = 0,0167$ , el cual determina la variación a lo largo del año de la distancia Tierra-Sol. En términos de los parámetros de una elipse, con semiejes  $a$  y  $b$  ( $a > b$ ) y distancia focal  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ , la excentricidad es  $\epsilon \equiv c/a = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ . En la Fig. 2.5, el punto P representa la posición de la Tierra en un instante dado, determinada por el ángulo  $\varphi \in [0, 2\pi)$ , definido a partir del eje  $Ox$ .

---

<sup>3</sup><https://www.pmodwrc.ch/en/research-development/solar-physics/tsi-composite/>

<sup>4</sup>La excentricidad presenta pequeñas variaciones a escala de miles de años, debido a la interacción gravitatoria con los demás planetas. Esta variabilidad no es relevante para nuestros propósitos.

### 2.3. Variación estacional

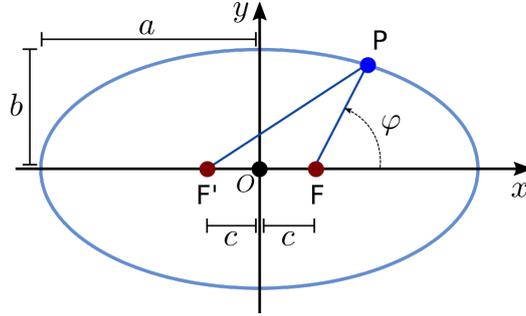


Figura 2.5: Elipse con semieje mayor  $a$  y semieje menor  $b$ . La distancia del origen ( $O$ ) a los focos es  $c$ .

La distancia Tierra-Sol es  $r = \overline{FP}$  y varía entre  $a - c = a(1 - \epsilon)$  y  $a + c = a(1 + \epsilon)$ . La trayectoria de  $P$ ,  $r(\varphi)$ , se describe en coordenadas polares como,

$$r(\varphi) = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos \varphi} = \frac{b\sqrt{1 - \epsilon^2}}{1 + \epsilon \cos \varphi}, \quad (2.6)$$

donde se usó  $a = b/\sqrt{1 - \epsilon^2}$ . El valor medio de  $r(\varphi)$ , denotado como  $r_0$  (por definición, 1 Unidad Astronómica o UA<sup>5</sup>), es igual al semieje menor  $b$ , dado que:

$$r_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r(\varphi) d\varphi = b \equiv 1 \text{ UA}. \quad (2.7)$$

La Tierra está ubicada a una distancia igual a la distancia media Tierra-Sol dos veces al año. Esto coincide con las posiciones  $\varphi = \pi/2$  y  $\varphi = 3\pi/2$ , como puede verificarse de la Ec. (2.6). La distancia mínima Tierra-Sol (el perihelio) es:

$$r(0) = a - c = b \frac{1 - \epsilon}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \simeq 0,983 \text{ UA},$$

y la distancia máxima (el afelio) es:

$$r(\pi) = a + c = b \frac{1 + \epsilon}{\sqrt{1 - \epsilon^2}} \simeq 1,017 \text{ UA}.$$

Es decir que la distancia Tierra-Sol tiene, debido a la excentricidad orbital, una pequeña variación anual de  $\pm 1,7\%$  en torno al valor medio de 1 UA. En la Fig. 2.6 se muestra el plano de la eclíptica (órbita terrestre) con estos puntos

<sup>5</sup>1 UA  $\equiv 149\,597\,870\,700 \text{ m} \simeq 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$  es la distancia media Tierra-Sol aceptada por la Unión Astronómica Internacional en 2012.

### 2.3. Variación estacional

indicados y sus fechas aproximadas. Otros puntos interesantes a distinguir en la trayectoria terrestre son los equinoccios (de otoño y primavera), los dos momentos del año donde tanto el día como la noche duran 12 horas en todo el planeta, y los solsticios (de verano e invierno), los dos momentos del año en donde la duración del día es mínima o máxima respectivamente, alternadamente dependiendo de en qué hemisferio se encuentre el observador. Tanto equinoccios como solsticios tienen propiedades interesantes, que se discutirán más adelante.

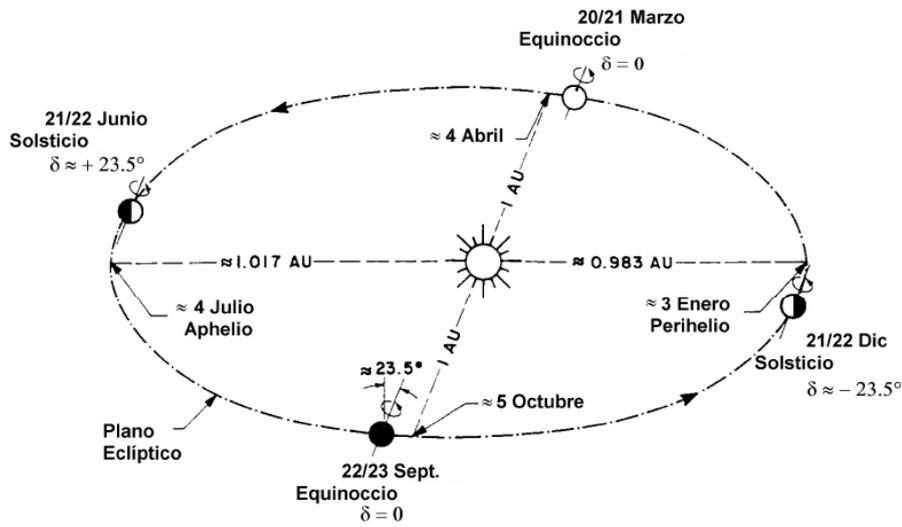


Figura 2.6: Esquema orbital de la tierra, mostrando el afelio, perihelio y los dos momentos que la Tierra está a la distancia media. También se muestran los Solsticios y los Equinoccios, puntos de la trayectoria terrestre con propiedades interesantes respecto a la duración del día, la incidencia de la radiación solar sobre la Tierra y la trayectoria aparente del Sol para observadores en la Tierra.

A partir de estas consideraciones podemos calcular la irradiancia en incidencia normal,  $G_0$ , en el exterior de la atmósfera para cualquier punto de la órbita. Si el Sol emite una potencia total  $P_s$ , la irradiancia en incidencia normal que llega a la Tierra es  $G_0 = P_s/4\pi r^2$ . Cuando se encuentra a una distancia igual a la distancia media Tierra-Sol, la irradiancia en incidencia normal coincide con la constante solar:  $G_s = P_s/4\pi r_0^2$ . Usando la Ec. (2.6), se obtiene:

$$G_0 = G_s \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 = G_s \frac{(1 + \epsilon \cos \varphi)^2}{1 - \epsilon^2} \simeq G_s (1 + 2\epsilon \cos \varphi). \quad (2.8)$$

La primer expresión es exacta dentro de la aproximación elíptica. Al ser la excentricidad pequeña, la expresión aproximada (obtenida a través de un

### 2.3. Variación estacional

---

desarrollo de Taylor) introduce un error relativo despreciable para la algunas aplicaciones de ingeniería, como las de aprovechamiento de la energía solar a nivel de superficie terrestre.

El ángulo  $\varphi$  aumenta en forma continua, instante a instante, pero a efectos de las aplicaciones de energía solar es suficiente considerar su variación diaria, a una tasa de  $2\pi/365$  rad/día (para años no bisiestos). Por lo tanto, expresamos  $\varphi$  como  $\varphi = 2\pi n/365$ , donde  $n = 1, 2 \dots 365$  es el ordinal-día<sup>6</sup>. El Cuadro 2.1 permite determinar fácilmente el ordinal-día para cualquier día de un año no bisiesto. Finalmente, se obtiene la expresión<sup>7</sup> para la irradiancia extraterrestre en incidencia normal,

$$G_0 = G_s \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \equiv G_s F_n, \quad (2.9)$$

donde el *factor de corrección orbital*,  $F_n$ , se obtiene de la Ec. (2.8) y es aproximadamente [DB06]:

$$F_n \equiv \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \simeq 1 + 0,033 \cos\left(\frac{2\pi n}{365}\right). \quad (2.10)$$

Esta expresión es adecuada para cálculos rápidos. En cálculos automatizados, se puede usar la expresión obtenida de la órbita elíptica ideal (órbita terrestre sin perturbaciones),

$$F_n \equiv \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = \frac{(1 + \epsilon \cos \varphi)^2}{1 - \epsilon^2}, \quad (2.11)$$

con  $\epsilon = 0,01671123$ . Esta última expresión queda afectada por las pequeñas variaciones orbitales con respecto a la elipse modelada.

Se han ajustado expresiones más precisas a las efemérides astronómicas que pueden utilizarse fácilmente al automatizar los cálculos. Una de ellas, basada en series de Fourier, fue obtenida por Spencer [Spe71]:

$$F_n = \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 \approx 1,000110 + 0,034221 \cos(\Gamma) + 0,001280 \sin(\Gamma) \\ + 0,000719 \cos(2\Gamma) + 0,000077 \sin(2\Gamma), \quad (2.12)$$

donde  $\Gamma \equiv 2\pi(n-1)/365$ . Según Iqbal [Iqb83], esta expresión tiene asociado un error máximo de  $\pm 10^{-4}$  en este factor adimensionado. La Fig. 2.7 muestra

---

<sup>6</sup>El ordinal-día toma como inicio  $n = 1$ , el primero de Enero, de modo que  $n$  toma valores entre 1 y 365 para años no bisiestos. Para describir un año bisiesto, se puede reemplazar 365 por 366.

<sup>7</sup>Los argumentos de las funciones angulares están en radianes, a menos que se indique lo contrario.

### 2.3. Variación estacional

---

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
31	31		90		151		212	243		304		365

Cuadro 2.1: Ordinal-día,  $n$ , para un año no bisiesto. La fila superior indica el mes, la columna izquierda el día. Por ejemplo, el 5 de abril corresponde a  $n = 95$ . En un año bisiesto, se puede sumar 1 a los días posteriores al 28 de febrero y usar 366 en el denominador de las ecuaciones que usen la cantidad total de días del años.

las tres expresiones para  $F_n$  en función del día del año y las compara con el valor de las efemérides tomado a mediodía (UTC) de cada día de 2018.

Las variaciones estacionales en la irradiancia solar TOA debidas a la variación de la distancia Tierra-Sol son, a lo sumo, de 3.3% con respecto a la constante solar  $G_s$ . La distancia Tierra-Sol es menor (y la irradiancia mayor) durante el perihelio en el verano del Hemisferio Sur ( $n = 1$  o  $n = 365$ ), por lo que este efecto tiende a reforzar levemente los cambios estacionales en el

### 2.3. Variación estacional

---

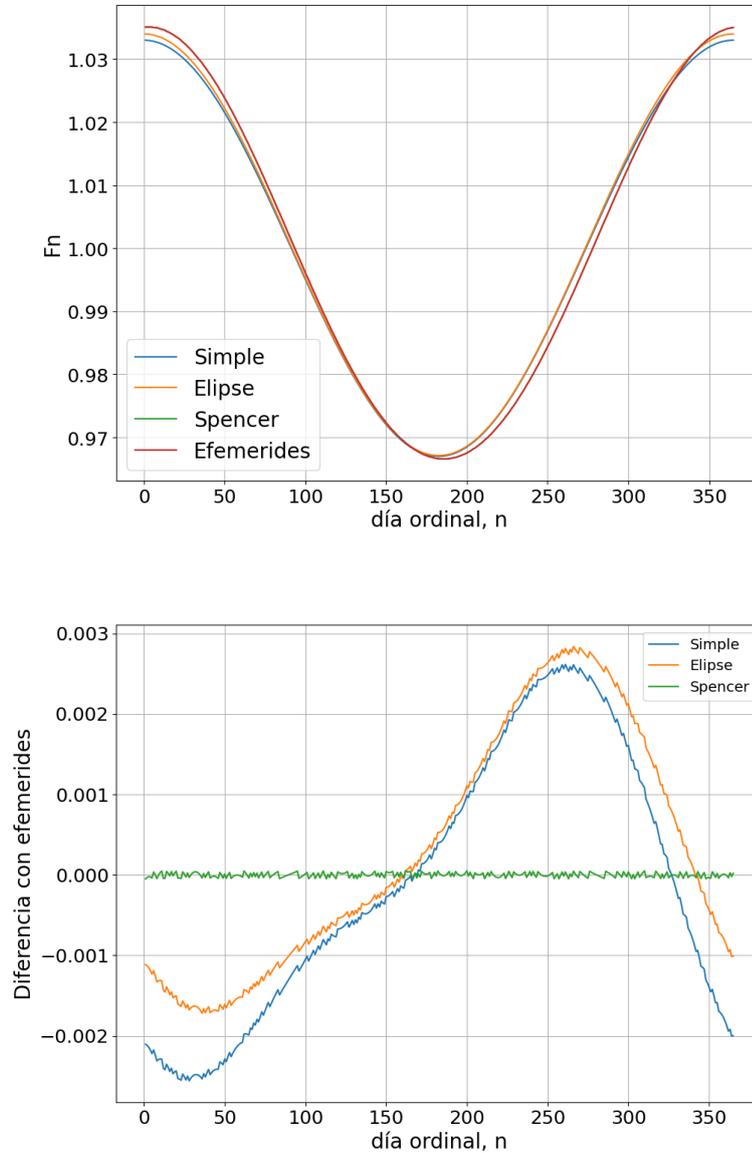


Figura 2.7: Izquierda: factor de corrección orbital para 2018 calculado a partir de las aproximaciones Simple Ec. (2.10), Elíptica Ec. (2.11) y de Spencer Ec. (2.12). La referencia es el cálculo a partir de efemerides obtenido de <https://midcdmz.nrel.gov/solpos/solpos.html>. Derecha: diferencias absolutas de los tres estimativos con el cálculo de efemerides.

Hemisferio Sur (H.S.) y a atenuarlos en el Hemisferio Norte (H.N.), como se muestra en la Fig. 2.6.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

La variación estacional de la radiación solar sobre un plano horizontal de la Tierra (ya sea a nivel de superficie o TOA) se debe al hecho de que el eje de rotación de la tierra (eje polar) no es normal al plano orbital (denominado plano de la eclíptica en Astronomía). La normal al plano orbital de la Tierra define una dirección especial, con respecto a la cual el eje polar forma un ángulo de aproximadamente  $\delta_0 \simeq 23,4^\circ$ . Este ángulo, llamado en Astronomía *oblicuidad de la eclíptica*, varía lentamente en escala de decenas de miles de años<sup>8</sup> y puede considerarse constante en la escala de tiempo de interés para nuestros propósitos. La Fig. 2.8 muestra la trayectoria aparente del Sol en la esfera celeste, es decir, situando a la Tierra como “fija” en el centro de referencia.

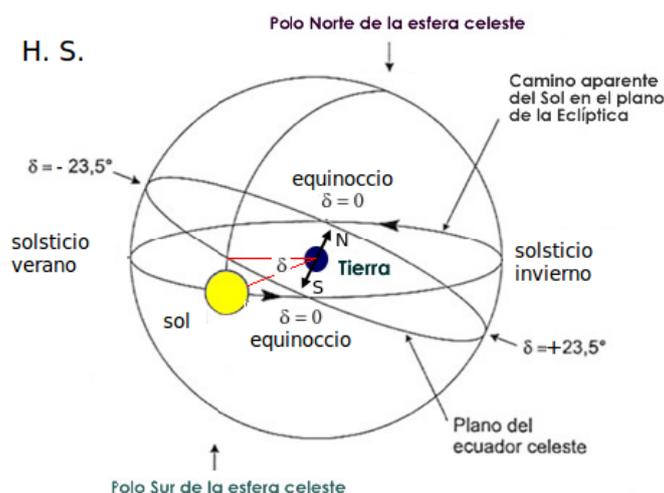


Figura 2.8: Esfera celeste mostrando el movimiento aparente del Sol desde un punto de vista geocéntrico. La línea Tierra-Sol forma un ángulo  $\delta \in [-23,44^\circ, 23,44^\circ]$  (la declinación) con el plano ecuatorial de la Tierra. Referido al Hemisferio Sur (H.S.),  $\delta = +23,44^\circ$  en el solsticio de invierno y  $\delta = -23,44^\circ$  en el solsticio de verano. En los equinoccios, la línea Tierra-Sol esta en el plano orbital y  $\delta = 0$ .

### 2.4.1. Declinación solar

El ángulo que forma la línea Tierra-Sol con el plano ecuatorial de la Tierra cambia a medida que la tierra recorre su órbita (Fig 2.8). Este ángulo es la

<sup>8</sup>Actualmente (Enero de 2020) tiene un valor de  $23,43667^\circ$  y decrece a una tasa de 0,47 segundos de arco (o 0,00013 grados) por año.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

declinación<sup>9</sup> solar  $\delta$ . Es nulo en los equinoccios y alcanza un máximo/mínimo de aproximadamente  $\pm 23,44^\circ$  durante ambos solsticios. Si bien  $\delta$  varía en forma instantánea, en un día el cambio es menor a  $0,5^\circ$  (la mayor tasa de cambio tiene lugar en los equinoccios) [Iqb83]. Es usual para trabajo de ingeniería asumir que  $\delta$  permanece constante durante períodos de 24 horas y depende solamente del ordinal-día,  $n$ .

La declinación solar se puede estimar a partir de una expresión fenomenológica sencilla debida a Cooper [Coo69]:

$$\delta = \delta_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{284 + n}{365} \right) \right], \quad (2.13)$$

donde  $\delta_0 = 23,44^\circ \simeq 0,409$  rad. El error asociado al uso de esta aproximación es inferior a  $1^\circ$  o  $0,02$  rad, por lo cual es adecuada para cálculos rápidos. Existen expresiones más precisas para la declinación solar, como la de Spencer [Spe71]:

$$\begin{aligned} \delta = & 0,006918 - 0,399912 \cos(\Gamma) + 0,070257 \sin(\Gamma) - 0,006758 \cos(2\Gamma) + \\ & 0,000907 \sin(2\Gamma) - 0,002697 \cos(3\Gamma) + 0,00148 \sin(3\Gamma), \end{aligned} \quad (2.14)$$

donde  $\delta$  está expresado en radianes y la fase es  $\Gamma = 2\pi(n-1)/365$  (se modifica el denominador en años bisiestos). Esta expresión tiene un error máximo de  $6 \times 10^{-4}$  rad ( $3'$  de arco o  $0.05$  grados) al compararla con datos del Almanaque Náutico [Iqb83].

Para aplicaciones de concentración solar, el seguimiento del Sol debe ser muy preciso (error  $< 3'$  de arco) y los algoritmos anteriores no son suficientemente precisos. Un algoritmo preciso para cálculos de geometría solar en uso por la comunidad científica es el PSA [MALL01] desarrollado por investigadores de la plataforma solar de Almería o su refinamiento SOLPOS, desarrollado por NREL (National Renewable Energy Laboratory) [RA08] cuyo código C esta disponible para descarga libre (<https://www.nrel.gov/grid/solar-resource/solpos.html>). Ambos algoritmos tienen error inferior a 1 minuto de arco en el período 2000-2020. El mismo laboratorio disponibiliza un servicio de cálculo en línea (SOLPOS Solar Calculator<sup>10</sup>), que es útil para chequeos. La biblioteca PVLIB implementa SOLPOS –entre otros algoritmos– y está disponible en lenguajes de alto nivel como Matlab y Python<sup>11</sup>. La Fig. 2.9 muestra la variación diaria de la declinación solar calculada de las tres formas: Spencer, Cooper y SOLPOS (evaluada a mediodía local de cada día).

---

<sup>9</sup>En Astronomía se define la declinación de cualquier objeto celeste como el ángulo que subtiende por encima ( $\delta > 0$ ) o por debajo ( $\delta < 0$ ) del ecuador celeste.

<sup>10</sup><https://midcdmz.nrel.gov/solpos/solpos.html>

<sup>11</sup>[https://pvpmc.sandia.gov/applications/pv\\_lib-toolbox/](https://pvpmc.sandia.gov/applications/pv_lib-toolbox/)

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

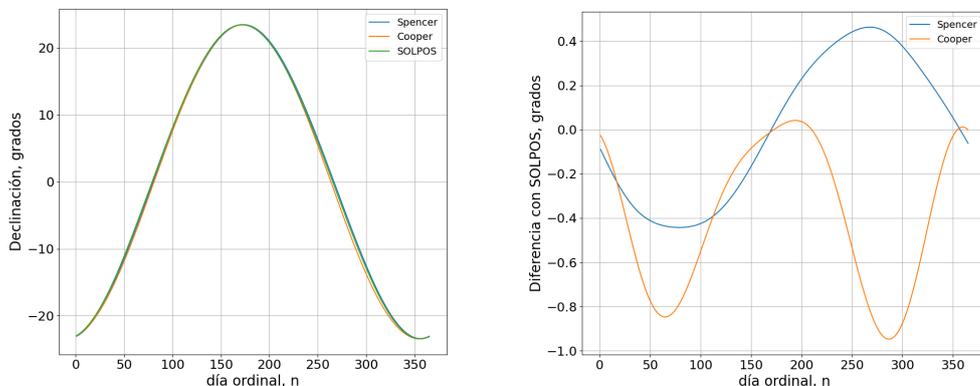


Figura 2.9: Izq: Declinación solar  $\delta$  calculada para 2018 a partir de la aproximación de Spencer, Ec. (2.14) (azul), la expresión simplificada de Cooper, Ec. (2.13) (naranja) y del algoritmo de precisión SOLPOS (verde) evaluado a mediodía local, según NREL <https://midcdmz.nrel.gov/solpos/solpos.html>. Der: Diferencia entre las expresiones de Cooper y Spencer y la declinación de SOLPOS evaluada a mediodía local de cada día.

### 2.4.2. Geometría solar

Bajo este título incluimos la descripción de los efectos geométricos sobre la radiación solar incidente sobre una superficie (frecuentemente un plano horizontal) asociados al movimiento aparente del Sol. Esto incluye el desfase variable entre el tiempo solar y el tiempo estándar, debido a variaciones en el movimiento orbital de la Tierra.

#### Ubicación del Sol respecto a la Tierra

Para describir el movimiento aparente del sol respecto al centro de la Tierra usamos dos ángulos: la declinación solar,  $\delta$ , previamente presentada y el *ángulo horario*,  $\omega$ , que indica el desplazamiento angular del sol, de este a oeste. Este último ángulo se define sobre el plano del ecuador, como el ángulo entre el meridiano del Sol (meridiano solar) y el meridiano del observador ( $O$ ). En la la Fig. 2.10, se indican ambos ángulos para un observador ubicado en el hemisferio norte. El ángulo  $\omega$  varía a una tasa constante de 15 grados/hora (o  $\pi/12 \simeq 0,2618$  rad/hora) debido a la rotación de la Tierra. Por definición, el ángulo horario es nulo al mediodía solar local de cada observador, siendo (por convención) negativo en la mañana y positivo por la tarde. La Fig. 2.10 indica también el ángulo cenital,  $\theta_z$ , que se describe en la siguiente Subsección, y la latitud  $\phi$  (del observador).

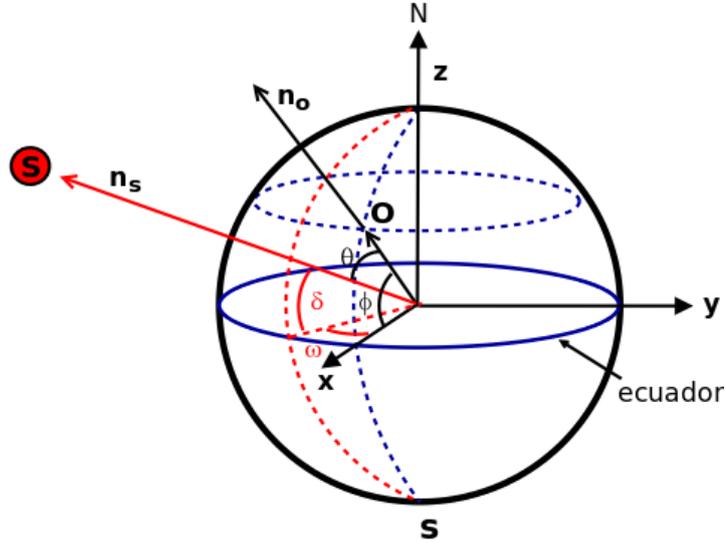


Figura 2.10: Relaciones entre los ángulos que describen el movimiento aparente del Sol. Los versores  $\hat{n}_O$  y  $\hat{n}_S$  apuntan en las direcciones del observador (O) y del Sol (S) respectivamente, en relación a un sistema de coordenadas cuyo eje z coincide con el eje de rotación de la Tierra y cuyo eje x esta en el meridiano del observador.

### Ángulo cenital

El ángulo entre la dirección del Sol y la vertical local (cenit local) es el *ángulo cenital*,  $\theta_z$ . En el sistema geocéntrico  $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$  de la Fig. 2.10, los versores  $\hat{n}_O$  y  $\hat{n}_S$  refieren a la normal al observador (O) y a la dirección del Sol (S), respectivamente, siendo el ángulo entre ellos es  $\theta_z$  por definición. En términos prácticos, su producto escalar  $\hat{n}_O \cdot \hat{n}_S = \cos \theta_z$  nos permite proyectar la irradiancia en incidencia normal en un plano horizontal al observador, ya sea a nivel TOA o de superficie terrestre. El ángulo cenital varía con la latitud del observador ( $\phi$ ) y la posición del Sol, ubicado a través de la declinación solar ( $\delta$ ) y el ángulo horario ( $\omega$ ). De la Fig. 2.10 surge que estos versores se pueden expresar en coordenadas cartesianas como:

$$\begin{aligned}\hat{n}_O &= \hat{z} \sin \phi + \hat{x} \cos \phi, \\ \hat{n}_S &= \hat{z} \sin \delta + \cos \delta (\hat{x} \cos \omega + \hat{y} \sin \omega),\end{aligned}$$

y del producto escalar de estos versores resulta la relación:

$$\boxed{\cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega.} \quad (2.15)$$

La dependencia con las variables anteriores implica que ángulo cenital varía según el día del año (a través de  $\delta$ ) y del momento del día (a través de  $\omega$ ). El

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

cálculo del  $\cos \theta_z$  es esencial para el cálculo de la irradiancia solar incidente sobre una superficie horizontal a la superficie de la Tierra.

### Duración del día

A la salida o puesta del Sol<sup>12</sup>,  $\theta_z = \pi/2$  y  $\cos \theta_z = 0$ , por lo que, usando la Ec. (2.15), el ángulo horario a la salida ( $\omega = -\omega_s$ ) o puesta ( $\omega = \omega_s$ ) del Sol, cumple la condición:

$$\boxed{\cos \omega_s = -\tan \phi \tan \delta.} \quad (2.16)$$

El ángulo horario  $\omega$  varía por lo tanto entre  $[-\omega_s, \omega_s]$  a una tasa constante de  $\pi/12$  rad/hora, lo cual permite obtener el número de *horas diurnas*,  $N_0$ , para un día y latitud dados. En efecto,

$$N_0(\phi, n) = \frac{12}{\pi} \times 2 \omega_s(\phi, n) = \frac{24}{\pi} \arccos(-\tan \phi \tan \delta(n)), \quad (2.17)$$

donde el ángulo horario  $\omega_s$  está expresado en radianes y  $N_0$  en horas y fracción. La Fig. 2.11 muestra la duración del día para varias latitudes en el Hemisferio Sur<sup>13</sup>. En los equinoccios se cumple que  $\delta = 0$ ,  $\omega_s = \pi/2$  y  $N_0 = 12$  horas exactamente para cualquier latitud, por tanto para esos días estas igualdades valen para todo el planeta (ver Fig. 2.11, donde todas las curvas convergen en los equinoccios). Es decir que, como su nombre lo indica, la duración del día (y de la noche) es igual, siendo de 12 horas exactamente cada uno. En el ecuador ( $\phi = 0$ ) la duración del día es siempre de 12 horas. En el hemisferio Sur, el solsticio de verano corresponde al día más largo del año y el solsticio de invierno al día más corto. Para  $|\phi| > 66.6^\circ$  se ingresa dentro de la región definida por el círculo polar ártico/antártico donde el día (o la noche) pueden durar las 24 horas.

### Altura y azimut solar

Existen dos ángulos adicionales de interés para describir el desplazamiento aparente del Sol, en este caso, desde la vista de un observador en la Tierra. El primero es la *altitud solar*,  $\alpha_s$ , que es el ángulo que forma la línea Tierra-Sol con el plano horizontal y por tanto es el complemento del ángulo cenital,

---

<sup>12</sup>Para un terreno plano con horizonte despejado y sin tener en cuenta las correcciones debidas a la refracción atmosférica.

<sup>13</sup>La figura para el Hemisferio Norte (latitudes positivas), aparecería invertida con respecto al eje horizontal de 12 horas.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

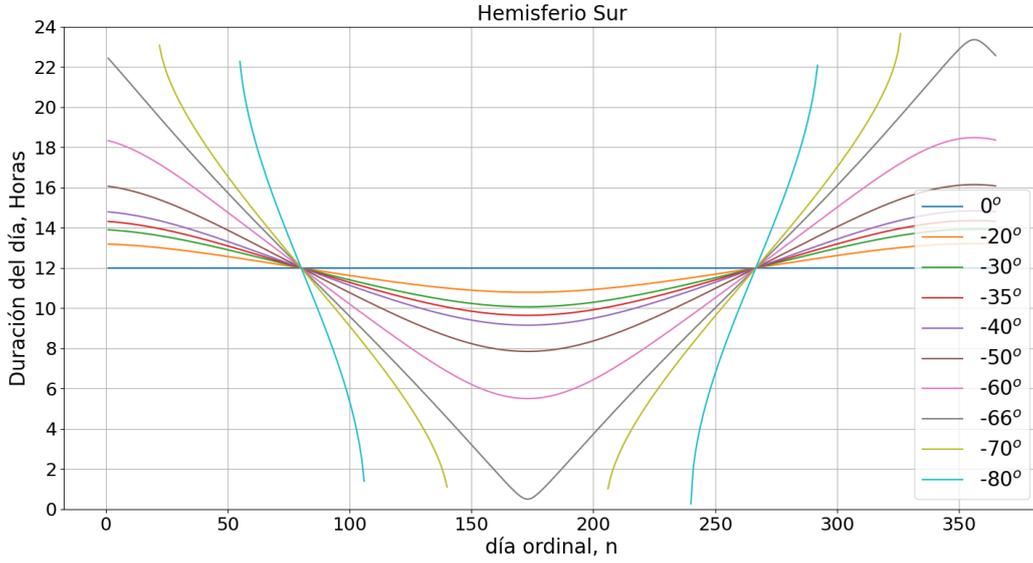


Figura 2.11: Horas de sol diarias vs. ordinal-día, calculadas a partir de la Ec. (2.17) para varias latitudes del Hemisferio Sur). Todas las curvas convergen en los equinoccios, cuando el día y la noche duran 12 horas. Para  $|\phi| > 66.6^\circ$  se ingresa al círculo polar ártico/antártico donde el día (o la noche) pueden durar las 24 horas.

$\theta_z + \alpha_s = \pi/2$ . Debido a esto, el ángulo  $\alpha_s$  puede calcularse a partir de la Ec. (2.15), despejando de la siguiente ecuación:

$$\sin \alpha_s = \cos \theta_z. \quad (2.18)$$

El segundo ángulo es el *azimut solar*,  $\gamma_s$ , que describe el desplazamiento angular de la proyección de la línea Tierra-Sol sobre el plano horizontal del observador. Referiremos  $\gamma_s$  a la dirección Norte, es decir  $\gamma_s = 0$  a mediodía solar, cuando la proyección de la línea Tierra-Sol sobre el plano horizontal del observador indica la dirección Norte<sup>14</sup>. Por convención, el ángulo aumenta a medida que el Sol se desplaza de Este a Oeste. Es decir que  $\gamma_s < 0$  antes del mediodía solar y  $\gamma_s > 0$  después del mediodía solar. Esta es la misma convención de signos usada para el ángulo horario  $\omega$ . Ambos son nulos a mediodía solar pero, a diferencia de  $\omega$  que se mide sobre el plano del ecuador, el azimut solar  $\gamma_s$  se mide sobre el plano horizontal local y no varía a tasa

<sup>14</sup>En la mayoría de los textos, pensados para el Hemisferio Norte, se refiere este ángulo a la dirección Sur. Si indicamos el azimut solar referido a la dirección Sur como  $\gamma'_s$ , tiene el mismo signo que  $\gamma_s$  y ambos ángulos son suplementarios,  $\gamma_s + \gamma'_s = \pm\pi$ . Por tanto se cumple  $\sin \gamma_s = \sin \gamma'_s$  y  $\cos \gamma_s = -\cos \gamma'_s$ . Esto permite “traducir” fácilmente expresiones con el azimut solar referido al H.N. en sus equivalentes con azimut referido al H.S. o viceversa.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

constante. El movimiento aparente del Sol para un punto dado de la superficie terrestre, queda determinado por  $\alpha_s$  y  $\gamma_s$  (ver Fig. 2.12).

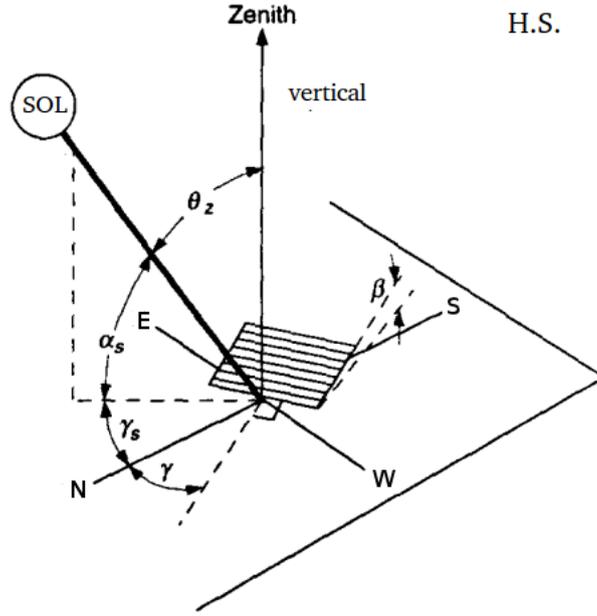


Figura 2.12: Ángulos para describir el movimiento aparente del Sol en relación al plano horizontal local. En el ejemplo,  $\gamma_s < 0$ . Los ángulos  $\gamma$  y  $\beta$  describen la orientación espacial de la superficie receptora y se utilizan más adelante. Figura adaptada de la Ref. [DB06].

Para expresar el azimut solar en términos de ubicación, fecha y hora local es necesario expresar el sistema de coordenadas local en términos de las coordenadas geocéntricas ecuatoriales, como se muestra en la Fig. 2.13. El sistema local está conformado por los versores  $\hat{u}_r, \hat{u}_\phi, \hat{u}_\varphi$ . El versor  $\hat{u}_r$  es la vertical del observador. El versor  $\hat{u}_\phi$  está asociado a la latitud y se orienta en dirección Norte (H.N.,  $\phi > 0$ ) o Sur (H.S.,  $\phi < 0$ ) del observador. El versor  $\hat{u}_\varphi$  está asociado a la longitud y se orienta al Este del observador.

Estos versores se pueden expresar en relación a un sistema fijo al eje de rotación de la Tierra (sistema ecuatorial), que orientamos de modo que los versores  $(\hat{e}_z, \hat{e}_x)$  definen el meridiano solar que contiene la línea Tierra-Sol y el versor  $\hat{n}_s$ . Esta elección nos permite expresar este versor únicamente en términos de la declinación solar,

$$\hat{n}_s = \hat{e}_x \cos \delta + \hat{e}_z \sin \delta. \quad (2.19)$$

Los versores del sistema local se expresan en el sistema ecuatorial (vea la Fig. 2.13) usando la latitud y el ángulo horario,  $\omega$ , definido por los meridianos



## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

No es recomendable usar la Ec. 2.23, ya que puede dar resultados fuera del cuadrante trigonométrico apropiado. La Ec. (2.22) puede re-escribirse en la forma:

$$\cos \gamma_s = \frac{\sin \delta - \cos \theta_z \sin \phi}{\sin \theta_z \cos \phi}. \quad (2.24)$$

Teniendo en cuenta que  $\gamma_s$  y  $\omega$  tienen el mismo signo, la forma recomendada [Iqb83] de calcular el azimut solar para una latitud, día y hora solar dada evitando problemas con los cuadrantes es:

$$\boxed{\gamma_s = \text{signo}(\omega) \left| \arccos \left( \frac{\sin \delta - \cos \theta_z \sin \phi}{\sin \theta_z \cos \phi} \right) \right|}. \quad (2.25)$$

Todas las expresiones para  $\gamma_s$  divergen en los Polos donde  $\phi = \pm\pi/2$  y el azimut no está definido. Lo mismo sucede cuando el Sol está en el cenit y  $\theta_z = 0$ .

### 2.4.3. Tiempo solar y tiempo estándar (UTC)

En general, los registros de datos de irradiancia y otras variables meteorológicas tienen asociada una etiqueta de tiempo en hora estándar (UTC) u hora legal (es decir, UTC incluyendo eventuales cambios de horario de verano). Por otro lado, las expresiones angulares que describen el movimiento aparente del Sol dependen del ángulo horario, que define el Tiempo Solar aparente del observador o simplemente Tiempo solar,  $T_s$ . La relación entre el Tiempo Solar y el Tiempo estándar involucra correcciones que tienen que ver con no uniformidades del movimiento orbital de la Tierra. Es necesario en la práctica poder pasar de uno a otro sin inconvenientes.

#### Tiempo Solar Aparente, $T_s$

Como se mencionó antes, las relaciones angulares anteriores están referidas al Tiempo Solar a través de su dependencia con  $\omega$ . Este ángulo varía a una tasa fija de  $\pi/12$  rad/hora o  $15^\circ$ /hora, lo cual introduce naturalmente una medida de tiempo asociada al movimiento aparente del Sol, *Tiempo Solar aparente* o simplemente *Tiempo Solar*,

$$\boxed{T_s = 12 \left( 1 + \frac{\omega}{\pi} \right)}, \quad (2.26)$$

donde  $\omega \in [-\omega_s, \omega_s]$  está en radianes y  $T_s$  en horas y fracción. El tiempo solar es entonces el que mide un reloj de Sol formado por la sombra de una varilla

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

sobre un plano. El mediodía solar ( $T_s = 12$  horas) corresponde al punto de mayor altitud del Sol ( $\alpha_s$ ) en cada día ( $\omega = \gamma_s = 0$ ) y tiene lugar cuando el Sol cruza el meridiano del observador (ver Fig. 2.13).

Un día solar corresponde al tiempo en el que el Sol completa un ciclo diario, visto por un observador en la Tierra. Por ejemplo, el intervalo de tiempo (en horas y fracción) entre dos amaneceres consecutivos o entre dos pasajes sucesivos del Sol por el meridiano del observador. El día solar *no tiene una duración fija de 24 horas* (salvo en 4 días al año) debido a que este período de tiempo es afectado principalmente por dos factores:

- (i) La orientación variable del plano de la órbita terrestre en relación al ecuador celeste, con respecto al cual se determina el tiempo estándar.
- (ii) La variación de la velocidad orbital de la Tierra debida a la excentricidad de su órbita<sup>15</sup>.

Es necesario aplicar una corrección de algunos minutos para pasar del tiempo solar al tiempo solar medio,  $T_0$ , en el cual el día tiene una duración fija de 24 h. El impacto de cada uno de los factores anteriores se muestra por separado y en conjunto en la Fig. 2.14. La suma de ambos factores da origen a la denominada *Ecuación del Tiempo*.

### Tiempo solar medio, $T_0$

Se define el tiempo solar medio, como aquel en el cual un día corresponde exactamente a 24 horas o 86400 segundos (el segundo tiene una definición precisa en términos de frecuencias de transición atómicas). La diferencia entre el tiempo solar aparente y el tiempo solar medio esta dada por la *Ecuación del Tiempo*,

$$E \equiv T_s - T_0, \quad (2.27)$$

donde  $E$  se expresa en minutos y está tabulado para cada ordinal-día del año en Almanagues Náuticos. Esta corrección está comprendida en el intervalo  $\pm 16$  min, para todos los días del año. Existen cuatro días en el año en los que el tiempo solar aparente y medio coinciden.

---

<sup>15</sup>La Segunda Ley de Kepler indica que la Tierra recorre su órbita elíptica describiendo áreas iguales en tiempos iguales. Por lo tanto, la velocidad orbital es variable (mayor en el perihelio que en el afelio), lo que afecta su velocidad de rotación debido a la conservación del momento angular.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

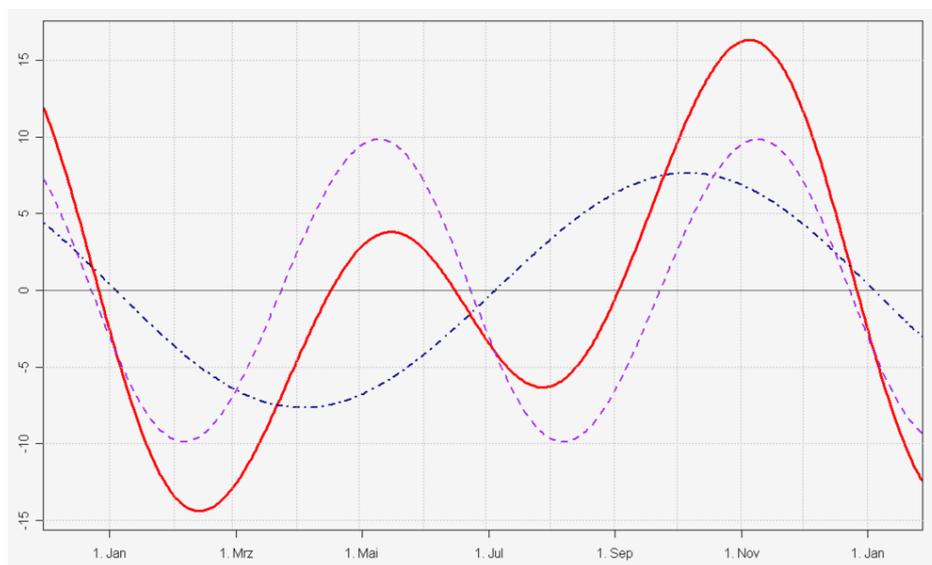


Figura 2.14: Componentes de la Ecuación del Tiempo (curva roja). El eje de las ordenadas está en minutos. La curva a trazos es la corrección debida a la oblicuidad del plano orbital con respecto al ecuador celeste. La curva a trazo y punto es la contribución debida a la excentricidad de la órbita terrestre.

Para nuestros propósitos, es conveniente usar una parametrización analítica de la Ecuación del Tiempo. Spencer [Spe71] da el siguiente ajuste de Fourier (en minutos) que depende de la posición de la Tierra en su órbita a través de,

$$E \approx 229.18 \text{ min} \times [0,000075 + 0,001868 \cos(\Gamma) - 0,032077 \sin(\Gamma) - 0,014615 \cos(2\Gamma) - 0,04089 \sin(2\Gamma)], \quad (2.28)$$

donde la fase  $\Gamma = 2\pi(n - 1)/365$  y  $n$  es el ordinal-día, igual que para la Ec. (2.14). De acuerdo a Spencer, el máximo error de esta expresión es de aproximadamente  $\pm 0,6$  min. La dependencia de esta expresión con el ordinal-día se muestra en la Fig. 2.15, donde se observa que la diferencia entre el Tiempo Solar y el Tiempo Solar medio puede superar los 15 minutos cerca del equinoccio de primavera (H.S).

### Tiempo Estándar

Los datos meteorológicos o de irradiancia solar se suelen registrar en términos del Tiempo Estándar, o Tiempo UTC<sup>16</sup>. Usaremos aquí el símbolo

<sup>16</sup>El Tiempo UTC (Universal Coordinated Time o Tiempo Universal Coordinado) reemplazó el 1 de diciembre de 1972 al Tiempo GMT (Greenwich Meridian Time).

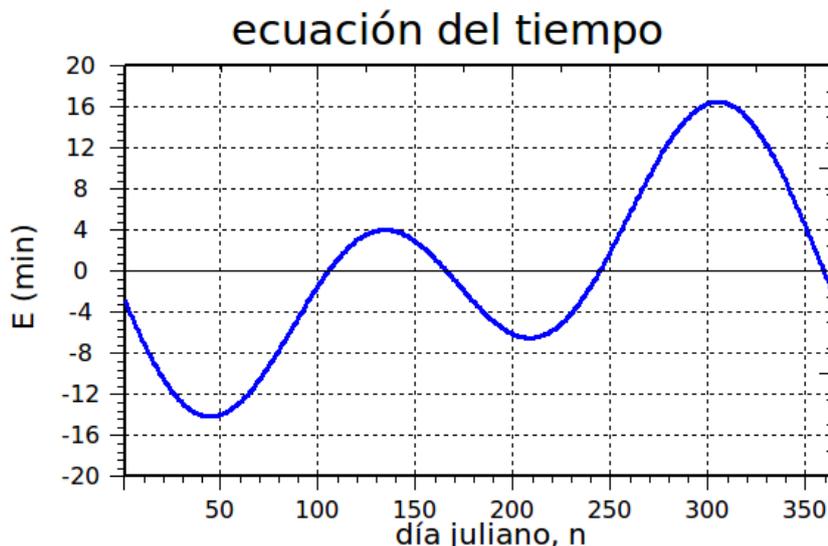


Figura 2.15: Ecuación del tiempo, en minutos, en función del ordinal-día, calculada a partir de la Ec. (2.28).

$T_{UTC}$  para el Tiempo Estándar correspondiente al huso horario del observador<sup>17</sup>. Este tiempo queda referido al meridiano de Greenwich UTC 0). Los husos horarios al oeste de Greenwich se numeran UTC-1, UTC-2, UTC-3, etc., y corresponden respectivamente a los meridianos de Longitud Oeste  $-15^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-45^\circ$ , etc. Los husos al Este de Greenwich se numeran UTC+1, UTC+2, UTC+3 y corresponden a las mismas longitudes, pero en dirección Este (positivas).

Debido a que la Tierra rota de Oeste a Este, un observador ubicado al Oeste del meridiano UTC que le corresponde, tendrá un tiempo solar local  $T_0$  algo menor que el de su huso horario. Si el observador se ubica al Este del meridiano UTC que le corresponde, tendrá un tiempo local solar mayor que el de su meridiano. En otras palabras, la tasa de rotación de la Tierra implica una corrección por diferencias de longitud (de 1 hora cada 15 grados de longitud). Por lo tanto la relación entre el Tiempo Local y el Tiempo Estándar es,

$$T_0 = T_{UTC} + \frac{1}{15}(L_0 - L_{UTC}), \quad (2.29)$$

donde los tiempos se expresan en horas y fracción y las longitudes en grados. La longitud  $L_0$  es la del meridiano del observador (o la del sitio de medida)

<sup>17</sup>Sin considerar el Horario de Verano, por ejemplo. Si se considera esta alteración hablamos de Tiempo u Hora Legal.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

y  $L_{UTC}$  la del meridiano del uso horario al cual está referida su hora<sup>18</sup>. Un observador al Este del meridiano estándar tendrá una corrección por longitud positiva. Otro al Oeste del meridiano estándar, tendrá una corrección por longitud negativa.

En la práctica nos interesa vincular el Tiempo Solar,  $T_S = T_0 + E/60$ , con el Tiempo Estándar,  $T_{UTC}$ , asociado al huso horario en que toma la hora el observador. Usando las Ecs. (2.27) y (2.29) se obtiene la siguiente expresión que vincula el tiempo solar y el tiempo estándar,

$$\boxed{T_S = T_{UTC} + \frac{L_0 - L_{UTC}}{15} + \frac{E}{60}} \quad (2.30)$$

donde las longitudes entre  $[-180^\circ, 180^\circ]$  se expresan en grados con la convención de signos usual, la ecuación del tiempo  $E$  en minutos y los tiempos en hora y fracción. La expresión anterior es la más utilizada en la práctica, en tanto la mayoría de las veces se debe calcular la hora solar (y luego el ángulo horario) a partir de un conjunto de datos registrados en hora estándar expresada respecto a un uso horario particular. Esto requiere además expresar la etiqueta horaria del registro, normalmente en el formato HH:mm:ss, en horas y fracción según:  $T_{UTC} = \text{HH} + \text{mm}/60 + \text{ss}/3600$ .

Finalmente, podemos usar la Ec. (2.26) para expresar el tiempo estándar en términos del ángulo horario  $\omega$ ,

$$\boxed{T_{UTC} = 12 \left(1 + \frac{\omega}{\pi}\right) + \frac{L_{UTC} - L_0}{15} - \frac{E}{60}}, \quad (2.31)$$

donde  $\omega$  esta en radianes y  $E/60$  es una fracción de horas. La relación entre  $T_S$  y  $T_{UTC}$  se clarifica a través del siguiente ejemplo.

### Ejemplo 1

---

¿A qué hora (Tiempo Estándar UTC-3) tiene lugar el mediodía solar el 30 de junio en la ciudad de Montevideo?

Usamos la longitud  $L_0 = -56,2^\circ$  para la ciudad de Montevideo, que está en el uso horario UTC-3 con  $L_{UTC} = -45^\circ$ . La corrección por longitud es:

$$(L_{UTC} - L_0)/15 \simeq 0.747 \text{ hs} \simeq 45 \text{ min.}$$

---

<sup>18</sup>Usando la convención de signos usual: Longitud Oeste corresponde a grados negativos y Longitud Este a grados positivos. Observe que la expresión dada en [DB06] usa una convención diferente.

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

El 30 de junio corresponde al ordinal-día  $n = 181$  (Cuadro 2.1) y la Fig. 2.15 indica en este caso  $E \simeq -4$  min. De la Ec. (2.31), con  $\omega = 0$  (mediodía solar) resulta,

$$T_{UTC} = 12 \text{ hs} + \frac{L_{UTC} - L_0}{15} + \frac{4 \text{ min}}{60} = 12 + 0,747 + 0,067 \simeq 12.814 \text{ hs} \simeq 12:49$$

Esta hora ( $T_{UTC} = 12:49$ ) está expresada respecto al huso horario UTC-3.

---

### 2.4.4. Diagrama Solar

Los ángulos solares  $(\alpha_s, \gamma_s)$  permiten representar la posición del Sol en la bóveda celeste, vista por un observador en un instante dado. A través de su variación temporal, es posible representar gráficamente la trayectoria del Sol en el cielo. Este tipo de diagramas, es decir, un gráfico de  $\alpha_s$  vs.  $\gamma_s$  para una latitud y longitud determinadas, se denomina Diagrama Solar. El mismo es de utilidad práctica para relevar un sitio con potencial para ubicar un captador solar (térmico o fotovoltaico), ya que permite visualizar el impacto de las sombras de objetos cercanos a lo largo del año.

#### Ejemplo 2

---

La Fig. 2.16 muestra un diagrama de este tipo para  $\phi = -35^\circ$  (Montevideo) para los solsticios de verano e invierno y para los equinoccios (aproximados) de Otoño y Primavera. Se generó del siguiente modo. Del Cuadro 2.1 obtenemos los valores del ordinal-día  $n$  relevantes, indicados en el Cuadro 2.2. Con estos valores calculamos la declinación  $\delta$  usando la Ec. (2.13). Calculamos el ángulo horario al ocaso  $\omega_s$  para estos días, dado por la Ec. (2.16), y tomamos un conjunto de (por ejemplo) 100 valores de  $\omega \in [-\omega_s, \omega_s]$ . La altura solar se obtiene de la Ec. (2.18) y el azimut  $\gamma_s$  se obtuvo a partir de la Ec. (2.25).

fecha	n	evento
21 de marzo	80	equinoccio de otoño
21 de junio	172	solsticio de invierno
21 de setiembre	266	equinoccio de primavera
21 de diciembre	355	solsticio de verano

Cuadro 2.2: Ordinal-día para los solsticios y equinoccios (aproximados). Las estaciones se refieren al hemisferio sur (H.S.).

---

## 2.4. Movimiento aparente del Sol

---

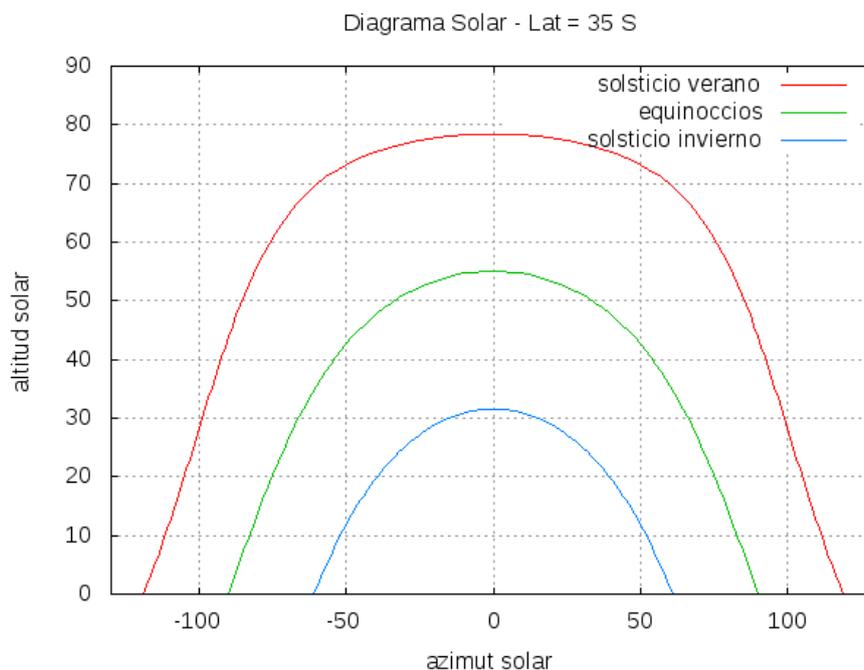


Figura 2.16: Diagrama Solar para latitud  $\phi = -35^\circ$  generado a partir de las ecuaciones presentadas en esta Sección (ver texto). Los ángulos están en grados.

Se puede usar software específico para obtener rápidamente estos diagramas. Por ejemplo, la Universidad de Oregon (Solar Radiation Monitoring Laboratory) ofrece un servicio en línea<sup>19</sup> que permite generar Diagramas Solares para cualquier ubicación. Este software fue usado para generar el diagrama mostrado en la Fig. 2.17 para Montevideo, que incluye las isolíneas horarias de tiempo estándar local (en rojo).

En este tipo de diagramas se pueden ubicar obstáculos cercanos (edificios, árboles, etc.) y evaluar si bloquean la luz solar directa en determinada época del año y a determinadas horas, por lo que son herramientas útiles para evaluar el impacto que pueden tener las sombras de objetos vecinos sobre baterías de colectores solares o sensores de radiación. Se requiere para ello determinar los rangos de azimut y altura angular asociados a cada obstáculo en la ubicación deseada y representarlos como áreas en el Diagrama Solar.

<sup>19</sup><http://solardat.uoregon.edu/SunChartProgram.html>

## 2.5. Radiación extraterrestre

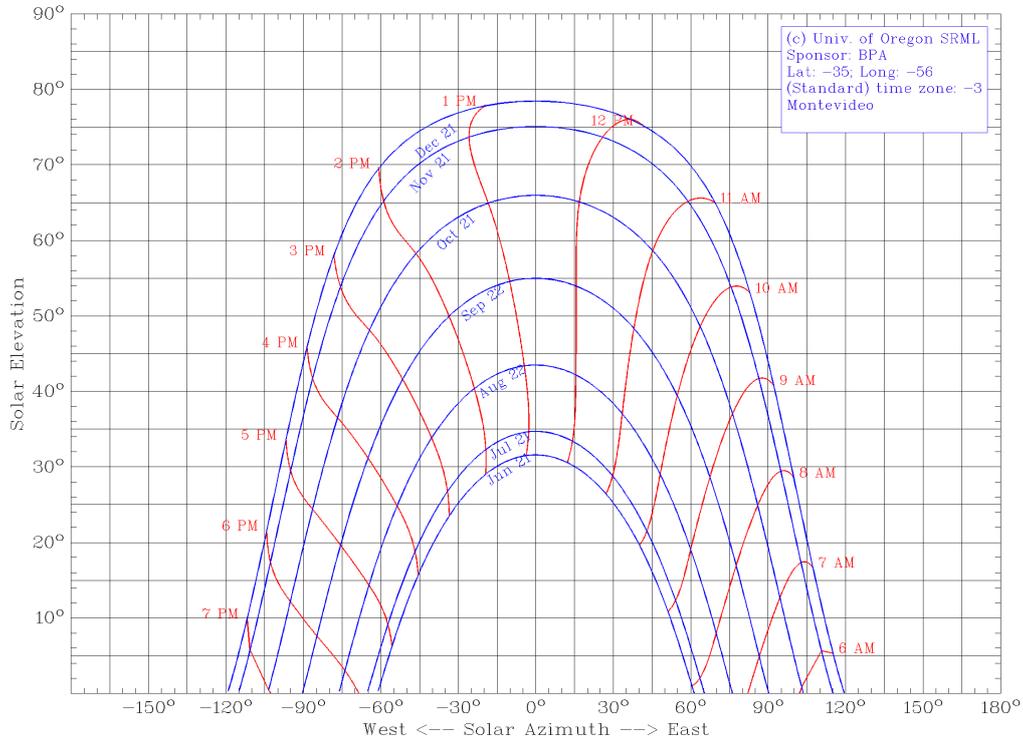


Figura 2.17: Diagrama Solar para Montevideo ( $\phi = -35^\circ$ ,  $\varphi = -56^\circ$ ) generado por el software del SRML de la Universidad de Oregon. Las horas indicadas corresponden al tiempo estándar UTC-3.

## 2.5. Radiación extraterrestre (TOA)

Como se indicó en la Subsección 2.1, la irradiancia es la potencia radiante por unidad de área ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) que incide sobre un plano con cierta orientación espacial, en un instante dado. La indicamos por la letra  $G$ , siguiendo las recomendaciones de la norma ISO 9488:1999 (Energía Solar: Vocabulario) [ISO99]. La irradiación es la energía incidente por unidad de superficie sobre un plano dado, obtenida por integración de la irradiancia durante un intervalo de tiempo determinado. Siguiendo la convención, utilizamos la letra  $I$  para intervalos horarios u otros intra-día y la letra  $H$  para intervalos diarios o superiores. De modo que la irradiación solar intra-día a tiempo  $t$  en un intervalo  $\Delta t$  es:

$$I = \int_t^{t+\Delta t} G(t') dt'.$$

Cuando el período de integración se extiende a todas las horas diurnas

## 2.5. Radiación extraterrestre

---

del día (para las cuales  $\cos \theta_z \geq 0$ ) obtenemos la irradiación diaria,

$$H = \int_{t_a}^{t_o} G(t') dt',$$

donde,  $t_a$  y  $t_o$  son los tiempos de salida y puesta del Sol, respectivamente.

La irradiación en el sistema internacional se expresa en  $\text{kJ/m}^2$  o  $\text{MJ/m}^2$ , siendo el primero más adecuado para valores horarios y el segundo más adecuado para valores diarios. En aplicaciones de ingeniería relacionadas a la conversión de la energía solar en energía eléctrica, es frecuente encontrar el uso de datos de irradiación solar expresados en  $\text{Wh/m}^2$  o  $\text{kWh/m}^2$ . El Wh es una unidad de energía ( $1 \text{ Wh} = 3.6 \text{ kJ}$ ) por lo que cuando se usa esta unidad se trata de irradiación en cierto período de tiempo, 1 día, 1 hora u otro, que se debe especificar. Cuando el intervalo refiere a 1 hora, puede interpretarse la cantidad como la irradiación en la hora o como la irradiancia media en la hora. Por ejemplo, la irradiación horaria  $I = 560 \text{ Wh/m}^2$  puede interpretarse como la irradiancia media  $\bar{G} = 560 \text{ W/m}^2$  durante la hora.

Finalmente, corresponde mencionar que cuando se habla de irradiancia o irradiación, estas magnitudes están referidas a un plano con orientación espacial específica (por ejemplo, horizontal, a  $45^\circ$  orientado al ecuador, o vertical al Noreste). Además, en el caso de irradiación, está implícito algún intervalo del tiempo (en el cual se acumula la irradiancia) que en todos los casos debería ser especificado explícitamente.

### 2.5.1. Irradiancia TOA en plano horizontal

La Ec. (2.9) expresa la irradiancia solar fuera de la atmósfera (TOA),  $G_0$ , incidente en un plano normal a la dirección de incidencia (la línea Tierra-Sol). Esta expresión es simplemente la constante solar modulada por el factor de corrección orbital  $F_n$  y depende solo del ordinal día  $n$  (sin considerar las pequeñas variaciones de la constante solar (TSI), que son despreciables a efectos de aplicaciones de ingeniería en la superficie terrestre).

Para obtener la irradiancia extraterrestre sobre un plano horizontal,  $G_{0h}$ , es necesario multiplicar por el coseno del ángulo cenital. Esto es debido a que el flujo de radiación que atraviesa un plano orientado, es la irradiancia en incidencia normal proyectada por el coseno del ángulo que forma la dirección de incidencia con la normal al plano considerado. Por tanto,

$$\boxed{G_{0h} = G_0 \cos \theta_z = G_s F_n \cos \theta_z}, \quad (2.32)$$

donde  $G_s = 1361 \text{ W/m}^2$  es la constante solar (históricamente,  $G_s = 1367 \text{ W/m}^2$ ) y  $F_n$  la corrección orbital dada por la Ec. (2.12). Usamos el subíndice 0 para

## 2.5. Radiación extraterrestre

---

indicar irradiancia extraterrestre y el subíndice  $h$  para indicar irradiancia sobre plano horizontal. El factor  $\cos\theta_z$  en la Ec. (2.32) corresponde al producto escalar entre la dirección Tierra-Sol y la vertical del observador, como se muestra en la Fig. 2.10. Si bien  $G_0$  depende sólo débilmente de la posición de la Tierra en su órbita, la proyección sobre plano horizontal depende en forma importante de la ubicación del observador, de la hora local y del día del año a través de  $\cos\theta_z$ , de acuerdo a la Ec. (2.15) y al detalle de la Sección 2.4.2.

Debe notarse que la expresión de la Ec.(2.32) resulta en valores negativos si se evalúa en instantes de tiempo nocturnos, como consecuencia de que el  $\cos\theta_z$  es negativo en dichos momentos. Es usual, y en algunos casos, necesario (como cuando se computan totales diarios acumulando valores intra-día), forzar a cero los valores nocturnos de irradiancia. Una forma sencilla de calcular computacionalmente si un momento dado es diurno o nocturno es calcular el  $\cos\theta_z$  para esa fecha y hora, de forma tal que si  $\cos\theta_z > 0$  es un momento diurno y si  $\cos\theta_z < 0$  es un momento nocturno.

En la Fig. 2.18 (izquierda) se muestra la variación intra-día de  $G_{0h}$  para la latitud  $\phi = -35^\circ$  y tres días del año seleccionados, los solsticios de invierno y verano ( $n = 172$  y  $n = 355$ , respectivamente) y el equinoccio de otoño y primavera ( $n = 80$  y  $n = 266$ , respectivamente). Es posible ver como esta cantidad crece durante la mañana ( $\omega$  negativo), tiene un máximo al mediodía solar ( $\omega = 0$ ) y decrece al atardecer ( $\omega$  positivo). Su valor durante la noche fue forzado a cero ( $|\omega| > \omega_s$ ). La curva es mayor/menor para el solsticio de verano/invierno, siendo los equinoccios una situación intermedia. Obsérvese que las curvas de los equinoccios son prácticamente iguales, siendo la del equinoccio de otoño apenas mayor a la del equinoccio de primavera, aún cuando ambos presentan  $\delta \approx 0$ . Esta muy pequeña diferencia se explica por el factor orbital,  $F_n$ , debido a que durante el equinoccio de otoño la Tierra está un poco más cerca del Sol que durante el equinoccio de primavera (ver Fig. 2.6). La Fig. 2.18 (derecha) muestra la variación a lo largo del año de la irradiancia TOA en plano horizontal ( $G_{0h}$ ) evaluada al mediodía solar para cada día del año y varias latitudes del Hemisferio Sur y el ecuador. Esto muestra la evolución a lo largo del año del máximo diario de  $G_{0h}$ . Se puede observar que a medida que la latitud se aparta del ecuador, se observa más diferencia de máximos entre diciembre-enero (verano austral) y junio-julio (invierno austral). Se puede observar que para latitudes al Sur del círculo polar antártico<sup>20</sup> ( $\phi < -66,56^\circ$ ) existen períodos de días donde  $G_{0h}$  es cero al mediodía solar. Estos periodos coinciden con los periodos en los cuáles la noche dura 24 horas para esas latitudes. Este último gráfico

---

<sup>20</sup>Los círculos polares ártico y antártico se definen por  $\phi = \pm(90^\circ - \delta_0) \approx \pm 66,56^\circ$ .

## 2.5. Radiación extraterrestre

no debe confundirse con el de los acumulados diarios para cada latitud, que tiene un comportamiento y escala diferentes, y que se presentará en próximas Subsecciones.

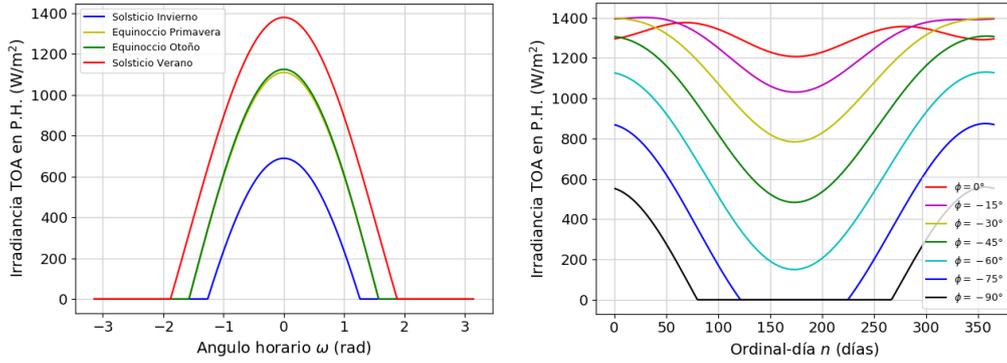


Figura 2.18: Irradiancia TOA sobre plano horizontal, de la Ec. (2.32). Izquierda: Evolución intra-día para los solsticios y equinoccios en latitud  $-35^\circ$  (ver Cuadro 2.2). Derecha: A mediodía solar ( $\omega = 0$ ), variando el día del año para varias latitudes el Hemisferio Sur y el ecuador.

### 2.5.2. Irradiación solar TOA en plano horizontal

#### Intervalo arbitrario (dentro de un día)

Para un ordinal-día  $n$  dado, podemos integrar la Ec. (2.32) sobre cualquier período de tiempo,  $[t_1, t_2]$ . Esto se hace de forma más simple utilizando el tiempo solar, definido por la Ec. (2.26), ya que  $d\omega/dt = \pi/12 = \text{constante}$ . Esto permite expresar la integral temporal como una integral en ángulo horario. Si los ángulos horarios que definen el intervalo  $[t_1, t_2]$  son  $[\omega_1, \omega_2]$  tal que  $\omega_1 < \omega_2$ , se obtiene que:

$$\begin{aligned} I_{0h} &= \int_{t_1}^{t_2} G_{0h} dt = \frac{12 \text{ hs}}{\pi} G_s F_n \int_{\omega_1}^{\omega_2} \cos \theta_z d\omega \\ &= \frac{12}{\pi} I_s F_n [(\sin \omega_2 - \sin \omega_1) \cos \delta \cos \phi + (\omega_2 - \omega_1) \sin \delta \sin \phi], \end{aligned} \quad (2.33)$$

donde  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se expresan en radianes e  $I_s$  es el valor horario de la constante solar, cuyo valor es:

$$I_s = 1361 \text{ Wh/m}^2 = 1.361 \text{ kWh/m}^2 = 4.890 \text{ MJ/m}^2.$$

## 2.5. Radiación extraterrestre

---

El mismo cálculo, pero para la irradiación extraterrestre en incidencia normal, es bastante más simple:

$$I_0 = \int_{t_1}^{t_2} G_0 dt = \frac{12 \text{ hs}}{\pi} G_s F_n \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\omega = \frac{12}{\pi} I_s F_n (\omega_2 - \omega_1). \quad (2.34)$$

### Intervalo horario

Si aplicamos la Ec. (2.33) al cálculo de la irradiación horaria TOA sobre plano horizontal, se puede reducir a una forma más simple. En efecto, recordando que  $\omega$  varía a una tasa fija de  $15^\circ$  por hora o  $\pi/12$  rad por hora, los límites de integración en la hora centrada en  $\omega$ , son  $\omega_1 = \omega - \pi/24$  y  $\omega_2 = \omega + \pi/24$ . En este caso, la Ec. (2.33) se reduce a:

$$\boxed{I_{0h} \simeq I_s F_n (\cos \omega \cos \delta \cos \phi + \sin \delta \sin \phi)}, \quad (2.35)$$

donde se ha aproximado  $\sin(\pi/24) \approx \pi/24$ , lo cual introduce un error despreciable (de orden  $10^{-3}$ ). Esta cantidad representa una cota superior para la irradiación global horaria sobre un plano horizontal sobre la superficie terrestre. Se debe recordar que para el cálculo de la expresión anterior se ha utilizado el ángulo horario  $w$  correspondiente al centro del intervalo horario, por lo que si se quiere utilizar, por ejemplo, para el intervalo horario entre las 10:00 y las 11:00 de un día dado, se debe evaluar la expresión a las 10:30. Las mismas consideraciones que aplicaron a la Ec. (2.32) para los valores nocturnos, aplicar a la Ec. (2.35).

Para obtener la expresión para la irradiación horaria TOA en incidencia normal, basta usar  $\omega_2 - \omega_1 = \pi/12$  en la Ec. (2.34), y se obtiene:

$$I_0 = I_s F_n, \quad (2.36)$$

como era de esperar. Esta cantidad sólo tiene una dependencia débil con la posición orbital de la Tierra y representa una cota superior para la irradiación horaria en incidencia normal observable en la superficie terrestre. La Fig. 2.7 (panel superior) muestra la variación anual de  $I_0$  en unidades de la constante solar horaria  $I_s$ .

### Intervalo diario

La irradiación solar diaria incidente sobre un un plano horizontal TOA en un día y latitud determinadas,  $H_{0h}$ , también se obtiene por integración de la Ec. (2.32). En este caso, los límites de integración son la hora de puesta

## 2.5. Radiación extraterrestre

---

y salida del Sol  $[t_a, t_o]$ , que les corresponden los ángulos horarios  $[-\omega_s, +\omega_s]$ , por lo cual,

$$\begin{aligned} H_{0h} &= \int_{t_a}^{t_o} G_{0h} dt = \frac{12 \text{ hs}}{\pi} G_s F_n \int_{-\omega_s}^{\omega_s} \cos \theta_z d\omega \\ &= \frac{24}{\pi} I_s F_n (\cos \delta \cos \phi \sin \omega_s + \omega_s \sin \delta \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.37)$$

donde  $\omega_s$  está expresado en radianes y dado por la Ec. (2.16).

El cálculo de la irradiación diaria en incidencia normal en TOA,  $H_0$ , queda,

$$H_0 = \int_{t_a}^{t_o} G_0 dt = \frac{24}{\pi} I_s F_n \omega_s \approx 36.0 \text{ MJ/m}^2 \times F_n \omega_s, \quad (2.38)$$

donde  $\omega_s$  está en radianes. Como  $F_n \approx 1$ , tomando  $\pi/2$  como un valor típico para  $\omega_s$ , la cantidad  $12 \times I_s \approx 56.6 \text{ MJ/m}^2 \simeq 15.7 \text{ kWh}$  da una idea aproximada de la energía solar que incide diariamente en un  $\text{m}^2$  (orientado normal a la línea Tierra-Sol) fuera de la atmósfera. En un mes y en un sólo  $1 \text{ m}^2$ , se reciben del Sol unos  $470 \text{ kWh}$ , lo es similar al consumo mensual de electricidad de un hogar de cuatro personas en el Uruguay. Evidentemente, debido a los efectos de la absorción y reflexión en la atmósfera, al suelo llegará una fracción de esta cantidad. Luego, la eficiencia del proceso de captación y conversión en energía (térmica o eléctrica) reduce la energía utilizable aún más. Aún así, teniendo en cuenta que hablamos de solo  $1 \text{ m}^2$  de superficie, es un potencial muy importante.

Por supuesto, si contamos con la irradiación horaria TOA sobre plano horizontal de la Ec. (2.35) es posible calcular la irradiación diaria sumando en las horas del día:

$$H_{0h} = \sum_{i=1}^{N_h} I_{0h}(i),$$

donde  $N_h$  es el número de horas en el día con irradiancia no nula e  $I_{0h}(i)$  es la irradiación horaria TOA sobre plano horizontal correspondiente a la hora  $i$ . Lo mismo puede hacerse para la irradiación TOA en incidencia normal, pero el resultado en este caso coincide exactamente con la Ec. (2.38) ya que sería una suma de valores constantes y no hay dependencia intra-día.

En la Fig. (2.19) se muestra la variación estacional de  $H_{0h}$  para varias latitudes del Hemisferio Sur y el ecuador. La estacionalidad es mayor cuanto

## 2.5. Radiación extraterrestre

más alejada es la latitud del ecuador, al igual que en la Fig. (2.18), pero el comportamiento cualitativo es distinto. Por ejemplo, es posible observar que en los meses de verano, la irradiación diaria  $H_{0h}$  para latitudes altas es incluso mayor que en el ecuador. Esto se debe a que a efectos de la irradiación diaria, no sólo la magnitud de la irradiancia durante el día es relevante, sino también *la duración del día*. En latitudes elevadas (al sur del círculo polar ártico) existen periodos largos de tiempo donde el día dura 24 horas, por tanto la cantidad de irradiación diaria puede ser elevada a pesar de que la irradiancia durante el día sea menor (ver la Fig. (2.18), derecha). En contrapartida, para estas latitudes existen periodos del año donde sólo hay noche y  $H_{0h} = 0$ . Estos periodos de 24 horas de noche coinciden con los de la Fig. (2.18).

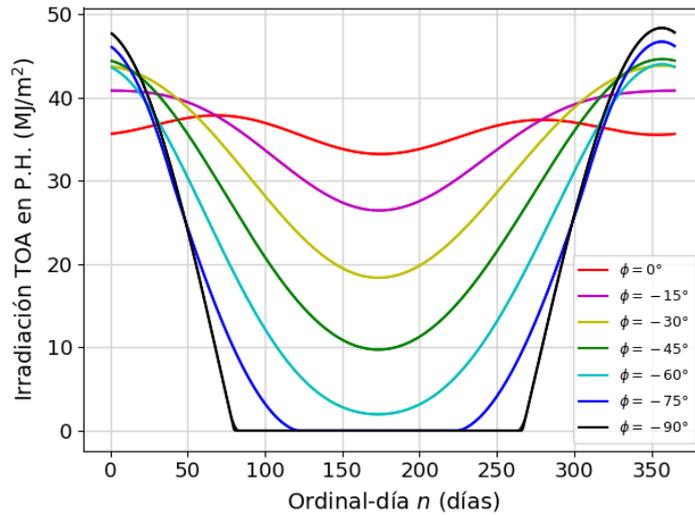


Figura 2.19: Irradiación diaria TOA sobre plano horizontal en función del día del año para varias latitudes el Hemisferio Sur y el ecuador.

### 2.5.3. Valor mensual de irradiación TOA

El acumulado mensual pueden obtenerse a partir de una serie mensual de irradiación diaria TOA. Calculados los valores de irradiación diaria de cada día (Ec. (2.37)), el acumulado mensual se halla sumando en los días del mes:

$$H_{0h}(m) = \sum_{j=1}^{N_d(m)} H_{0h}(j), \quad (2.39)$$

donde  $N_d(m)$  es el número de días del mes  $m$  y  $m = 1, 2, 3, \dots, 12$  son los meses del año. En esta expresión  $H_{0h}(j)$  es la irradiación diaria TOA sobre

## 2.6. Distribución espectral TOA

---

un plano horizontal del día  $j$  del mes  $m$ , tal que  $j = 1, 2, \dots, N_d(m)$ . En caso de querer calcular el promedio mensual diario,  $\bar{H}_{0h}(m)$ , sólo se requiere dividir entre  $N_d(m)$  la expresión de la Ec. (2.39). Idéntico razonamiento se puede usar para  $H_0$ , la irradiación en incidencia normal.

Mencionamos en este punto que existe una forma rápida de obtener un estimativo del promedio mensual de la irradiación diaria extraterrestre sobre un P.H. para un mes dado (propuesta por Klein [Kle77]), sin necesidad de calcular los valores de cada día del mes para luego promediarlos. Para el mes dado, se elige el día (o sea, el valor de  $n$ ) de modo que la irradiación diaria extraterrestre sobre el P.H. para ese día particular,  $n^*$ , sea la más próxima al valor mensual. Los valores de  $n^*$  y  $\delta$  para estos días típicos son útiles para tener estimativos rápidos de  $\bar{H}_{0h}(m)$  y se brindan en el Cuadro 2.3 (valores de la Ref. [DB06]). De este modo, utilizando la Ec. (2.37) para el día típico del mes  $n = n^*$  es posible estimar la media mensual de irradiación solar diaria TOA. Multiplicando este valor por la cantidad de días en el mes, es posible también hallar una estimación para el acumulado mensual,  $H_{0h}(m)$ .

<b>mes</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>día</b>	17	16	16	15	15	11	17	16	15	15	14	10
<b>n*</b>	17	47	75	105	135	162	198	228	258	288	318	344
$\delta(^{\circ})$	-20,9	-13,0	-2,4	9,4	18,8	23,1	21,2	13,5	2,2	-9,6	-18,9	-23,0

Cuadro 2.3: Día típico de cada mes del año para la irradiación diaria TOA en plano horizontal. Se indica el ordinal-día y la declinación solar en grados. Datos de la Ref. [DB06].

## 2.6. Distribución espectral TOA

En el Capítulo 3 consideramos el efecto de la atmósfera sobre la radiación solar incidente. Estos efectos son espectralmente selectivos, por lo que deberemos considerar previamente algunos aspectos básicos de la distribución espectral de la energía solar que llega al tope de la atmósfera terrestre.

La distribución espectral de la radiación solar incidente fuera de la atmósfera incide en la interacción posterior con la atmósfera y, en definitiva, afecta cuanta radiación llega a nivel de suelo. El Cuadro 2.4 muestra las bandas espectrales más relevantes para la radiación solar y sus denominaciones usuales. Usaremos micras ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$ ) o nanómetros ( $1 \text{nm} = 10^{-9}\text{m}$ ) como unidad conveniente para la longitud de onda,  $\lambda$ .

## 2.6. Distribución espectral TOA

---

banda	sigla	longitud de onda ( $\mu\text{m}$ )
ultravioleta C	UVC	0.100-0.280
ultravioleta B	UVB	0.280-0.315
ultravioleta A	UVA	0.315-0.400
visible	VIS	0.390-0.770
infrarrojo cercano	NIR	0.770-25
infrarrojo lejano	FIR	25-1000

Cuadro 2.4: Bandas espectrales relevantes para la radiación solar. La radiación entre 0.2  $\mu\text{m}$  y 1000  $\mu\text{m}$  (infrarrojo lejano) se considera radiación térmica. Bandas según [WMO08].

### 2.6.1. Espectros de Referencia TOA

La *irradiancia espectral hemisférica*,  $G_\lambda$ , se define de forma que  $G_\lambda d\lambda$  es la irradiancia incidente sobre una superficie (desde cualquier dirección hemisférica) en el intervalo de longitud de onda  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ . Esta es la misma cantidad presentada al inicio de este Capítulo en la Ec. (2.5). La cantidad  $G_\lambda$  tiene unidades de irradiancia por unidad de longitud de onda (por ejemplo,  $\text{Wm}^2/\text{nm}$ ) y cumple que  $G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda$  es la irradiancia total. La constante solar,  $G_s$ , es la irradiancia total media que llega al exterior de la atmósfera en incidencia normal cuando la distancia Tierra-Sol es 1 UA. Por lo tanto, el área bajo un espectro promedio debe ser igual a  $G_s$ . Como vimos, la irradiancia solar incidente fuera de la atmósfera presenta pequeñas variaciones debidas a la actividad del Sol. Estas variaciones pueden afectar levemente su composición espectral. Por lo tanto, se trabaja con espectros de referencia, que representan la distribución espectral promedio de la irradiancia solar en diferentes condiciones. Si se considera la radiación extraterrestre, el espectro de referencia es en incidencia normal y su integral es la Constante Solar. Para evitar inconsistencias, un espectro de referencia debe ajustarse (usando un factor de escala) al valor de la constante solar que se está utilizando.

Existen al menos dos Espectros de Referencia TOA en uso corriente. Uno de ellos, generado en 1985 por el WRC (World Radiation Center) y recomendado por la Organización Meteorológica Mundial (WMO) esta basado en el trabajo de Wherli [Weh85]. El otro, el espectro E-490, fue desarrollado en el 2000 por la ASTM (American Society for Testing and Materials) a partir de datos de la NASA y otras fuentes en EEUU. Ambos espectros son muy similares entre si. El espectro de Wehrli cubre el rango entre 0,1995-10,0750  $\mu\text{m}$  en intervalos de longitud de onda de 0,001  $\mu\text{m}$  que crecen hasta 2,29  $\mu\text{m}$  hacia el extremo infrarrojo del espectro. Este espectro está disponible libremente en <https://www.nrel.gov/grid/solar-resource/spectra-wehrli.html>. El espectro ASTM (American Society for Testing and Materials) se desa-

## 2.6. Distribución espectral TOA

rolló para uso de la comunidad aeroespacial en EEUU. Los datos que dan origen al E-490 provienen de diversas fuentes en EEUU y el espectro cubre el rango ampliado de 0,1195-1000  $\mu\text{m}$ . Este espectro solar de referencia también puede descargarse libremente de <https://www.nrel.gov/grid/solar-resource/spectra-astm-e490.html> en formato de planilla electrónica. La integral bajo el espectro E-490 es 1364.3  $\text{W}/\text{m}^2$ .

En la Fig. 2.20 se muestran ambos espectros superpuestos en el rango de 0,1 a 10  $\mu\text{m}$ , ajustados ambos de modo que su integral sea 1361.0  $\text{W}/\text{m}^2$ . Está claro que la diferencia es muy pequeña y para nuestros propósitos son equivalentes. Aproximadamente la mitad de energía está en el rango UV+visible, para  $\lambda < 740 \text{ nm}$ . La otra mitad de la energía se distribuye en el infrarrojo cercano (NIR) y prácticamente no hay radiación incidente para  $\lambda > 4 \mu\text{m}$  (infrarrojo lejano).

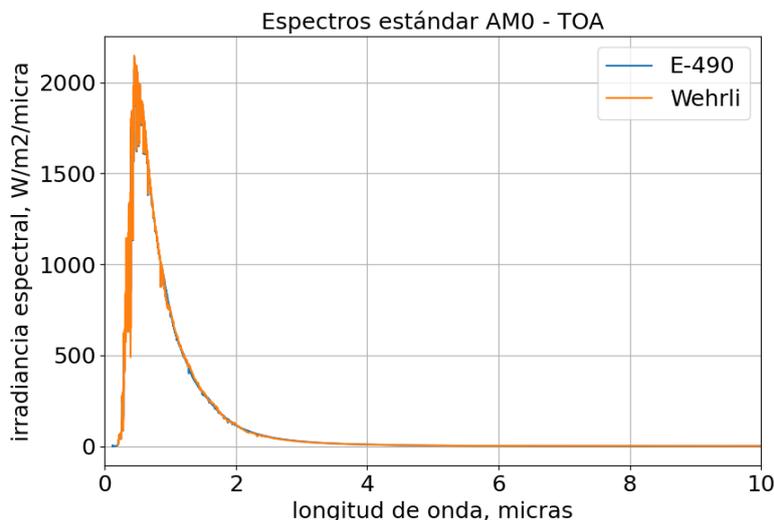


Figura 2.20: Porción del Espectro solar (extraterrestre) de Referencia para incidencia normal ASTM E-490 entre 0,1 y 10  $\mu\text{m}$  comparada con el espectro de referencia de Wehrli [Weh85]. En ambos casos, el área bajo el espectro es 1361.0  $\text{W}/\text{m}^2$ .

### 2.6.2. El Sol como cuerpo negro

El Sol se comporta prácticamente como un radiador ideal (Cuerpo Negro) y su espectro de radiación es muy cercano al de la Ley de Planck para cierta temperatura efectiva, que puede tomarse como indicativa de la temperatura de la superficie radiante del Sol. La potencia total emitida por un Cuerpo Negro (integrada en todo su espectro) está dada por la Ley de Stefan-Boltzmann. Al integrar esta ecuación es toda la superficie de emisión del Sol, se tiene que:

## 2.6. Distribución espectral TOA

$$P_s = 4\pi R_s^2 \sigma T_s^4, \quad (2.40)$$

donde  $R_s$  es el radio medio de la superficie solar y  $T_s$  en su temperatura absoluta efectiva. La densidad de potencia con que esta emisión alcanza la Tierra a una distancia media del Sol  $r_0$ , es  $G_s = 1361 \text{ W/m}^2$ , por lo que también se cumple  $P_s = 4\pi r_0^2 G_s$ . Usando que  $R_s = 6,960 \times 10^8 \text{ m}$ ,  $r_0 = 1,4960 \times 10^{11} \text{ m}$  y  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ , se obtiene una temperatura efectiva de cuerpo negro para la superficie del Sol de:

$$T_s = \left( \frac{G_s r_0^2}{\sigma R_s^2} \right)^{\frac{1}{4}} \simeq 5771 \text{ K}.$$

Esta temperatura se puede considerar una estimación razonable de la temperatura media de la superficie solar, donde se irradia la energía del Sol<sup>21</sup>. La Fig. 2.21 compara el espectro solar extraterrestre con el de un cuerpo negro a 5777 K. Los mayores desvíos tienen lugar en la región UV.

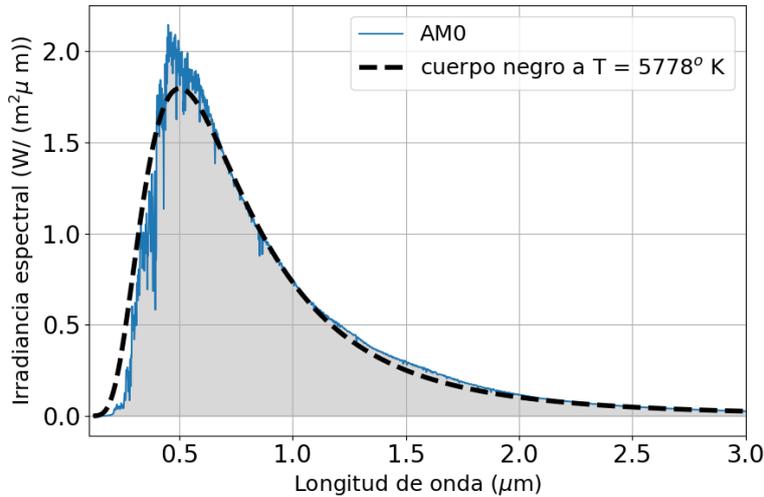


Figura 2.21: Espectro solar extraterrestre (AM0) comparado con el espectro de un cuerpo negro a 5778 K.

<sup>21</sup>Pero no donde se produce, ya que la mayor parte de la energía solar es producida por fusión nuclear en el interior del Sol, a temperaturas de millones de Kelvin.

# Capítulo 3

## Efecto de la atmósfera



Foto de la Tierra tomada por el satélite GOES-East (GOES-16) el día del equinoccio e inicio del Otoño (Hemisferio Sur), el 19 de Marzo de 2020. NOAA <https://www.nesdis.noaa.gov/>

Hasta el momento hemos considerado la irradiancia solar en el exterior de la atmósfera y su integral en el tiempo, la irradiación. Estas cantidades son a su vez integrales en todo el espectro relevante (espectro solar). La energía solar llega a nosotros en un amplio rango de longitudes de onda<sup>1</sup> y los efectos de la atmósfera son espectralmente selectivos. Por tanto, es necesario considerar el problema de la interacción de la radiación con la atmósfera en términos de regiones o bandas espectrales.

### 3.1. Distribución espectral

La Fig. 3.1 muestra esquemáticamente (en amarillo) la irradiancia solar en incidencia normal fuera de la atmósfera y la compara con el espectro de un Cuerpo Negro a 5770 K. Se indica también (en rojo) la irradiancia solar espectral en incidencia normal a nivel de superficie, en forma esquemática. Debido a los procesos de absorción y dispersión que tienen lugar en la atmósfera, sólo una fracción de la radiación total incidente llega al suelo (menor al 80 %, aún en ausencia de nubes). La selectividad atmosférica en cuanto a longitud de onda se observa claramente en la Fig. 3.1, donde destacan varias bandas de absorción de Ozono, vapor de agua y CO<sub>2</sub>.

---

<sup>1</sup>Es usual referirse a las regiones del espectro electromagnético en términos de longitud de onda, pese a que sería más adecuado hacerlo en frecuencia. La longitud de onda y la velocidad de propagación cambian al pasar la radiación de un medio a otro, con diferentes propiedades ópticas, en cambio la frecuencia permanece incambiada.

### 3.1. Distribución espectral

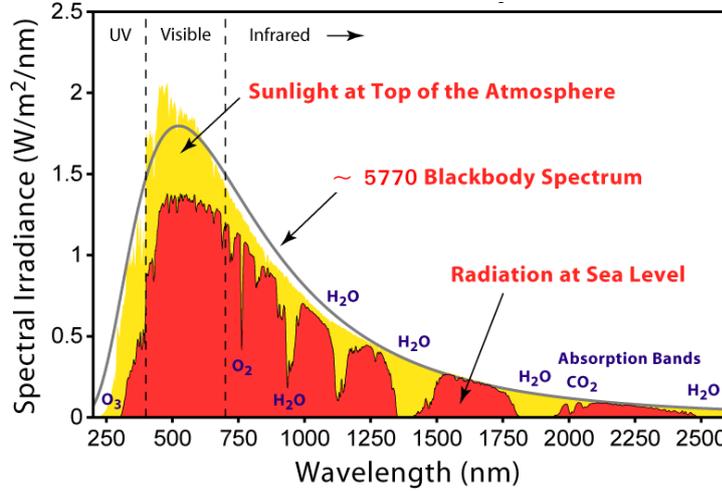


Figura 3.1: Esquema mostrando irradiancia solar espectral en incidencia normal. En amarillo, a nivel TOA. En gris, el espectro de un cuerpo negro (radiador ideal) con una temperatura 5770 K. En rojo, la irradiancia solar que llega al suelo en un día claro, luego de la acción de la atmósfera. Se indican las bandas de absorción más relevantes de los gases atmosféricos. Figura adaptada de <http://en.wikipedia.org/wiki/Sunlight>.

#### 3.1.1. Masa de aire o camino óptico

Cuando un haz de radiación monocromática atraviesa un medio gaseoso, las interacciones de las moléculas (o partículas en el caso de los aerosoles) con los fotones resultan en una atenuación de la intensidad del haz a lo largo del recorrido. El número de interacciones depende de la densidad del medio a lo largo del recorrido. La *masa de aire absoluta* es la cantidad de masa encontrada por la radiación por unidad de área transversal al haz. Para un medio de densidad  $\rho$ , se puede expresar como [Iqb83]:

$$m_{abs} = \int_0^{\infty} \rho(s) ds, \quad (3.1)$$

donde  $s$  describe el camino del haz. En el caso de interés, esto es el recorrido dentro de la atmósfera de la radiación. En un caso simplificado, considerando una aproximación de atmósfera plana y sin refracción, este camino coincide con la línea Tierra-Sol (línea  $\overline{BP}$  en la Fig. 3.2). La integración de la Ec. (3.1) es entre la región TOA hasta la superficie terrestre. Cuando un haz direccional incide en la atmósfera de forma oblicua el recorrido será más largo que si la atraviesa verticalmente. Análogamente, la masa de aire absoluta para un recorrido vertical (línea  $\overline{AP}$  en la Fig. 3.2) es:

$$m_{abs,v} = \int_0^{\infty} \rho(z) dz, \quad (3.2)$$

### 3.1. Distribución espectral

---

donde  $z$  es un recorrido vertical. Esta expresión representa la masa de aire vertical por unidad de área horizontal. Se verifica  $dz = \cos \theta_z ds$  donde  $\theta_z$  es el ángulo cenital solar. La razón entre el recorrido oblicuo (real) y el recorrido vertical es  $ds/dz = 1/\cos \theta_z$ , como se muestra en la Fig. 3.2.

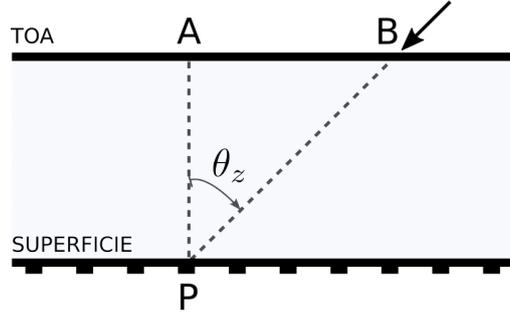


Figura 3.2: Geometría plana simplificada del concepto masa de aire. La razón de caminos es  $BP/AP = ds/dz = 1/\cos \theta_z$ .

La *masa de aire relativa* (o simplemente masa de aire) es el cociente de masas de aire entre ambos recorridos:

$$m \equiv \frac{m_{abs}}{m_{amb,v}} = \frac{\int_0^\infty \rho ds}{\int_0^\infty \rho dz}. \quad (3.3)$$

Dado que la atenuación real del haz tiene lugar también por la presencia de moléculas de agua o aerosoles, la Ec. (3.3) debería evaluarse por separado para los diferentes componentes de la atmósfera que presentan diferentes perfiles de distribución en la atmósfera real. Es decir, una masa de aire para el vapor de agua, otra para el Oxígeno, otra para cada tipo de aerosoles presentes, etc. Expresiones particulares para vapor de agua y Ozono se pueden encontrar en [Iqb83].

En el caso particular de una atmósfera homogénea  $\rho = \text{cte}$ , sin considerar la refracción ni la curvatura de la tierra, la masa de aire tiene un carácter geométrico, y de la Ec. (3.3) resulta:

$$m = \frac{1}{\cos \theta_z}. \quad (3.4)$$

La masa de aire para una incidencia vertical ( $\theta_z = 0$ ) es 1. Cuando  $\theta_z = 60^\circ$ ,  $m = 2$  y decimos que el haz direccional atravesó “dos masas de aire”. Un valor importante de masa de aire es  $m = 1,5$ , correspondiente a un ángulo de incidencia de  $\theta_z \simeq 50^\circ$ , ya que se utiliza en normas para calcular el desempeño de módulos y celdas fotovoltaicas.

### 3.1. Distribución espectral

---

La aproximación de la Ec. (3.4) no es adecuada para valores mayores a  $\theta_z \simeq 80^\circ$  y presenta una divergencia artificial en  $\theta_z = 90^\circ$  porque no tiene en cuenta la refracción atmosférica ni la curvatura terrestre, ambos efectos importantes a bajas altitudes solares.

Dado que el concepto de masa de aire es esencial para describir la atenuación de la radiación solar directa al atravesar la atmósfera, se han propuesto diversas alternativas a la Ec. (3.4), que tienen en cuenta estos efectos y no divergen cuando la altitud solar es muy baja. La refracción atmosférica causa que el ángulo cenital observado desde superficie terrestre, el *ángulo cenital aparente*,  $\theta'_z$ , pueda ser un poco menor (mayor altura solar) que el ángulo cenital real,  $\theta_z$ , que ubica geoméricamente al Sol en base a la latitud del observador y la declinación solar y ángulo horario en cada instante de tiempo. Las distintas expresiones para calcular la masa de aire considerando estos efectos están expresadas en términos de  $\theta'_z$  o  $\theta_z$ . Si bien las diferencias son pequeñas, éstas depende del estado local de la atmósfera y se debe tomar precaución respecto a cual ángulo es el correcto para cada expresión.

La aproximación de Kasten y Young [KY89] para la masa de aire utiliza el ángulo cenital aparente, según,

$$m = \frac{1}{\cos \theta'_z + 0,5057(96,080 - \theta'_z)^{-1,634}} \quad (3.5)$$

donde  $\theta'_z$  está expresado en grados. No obstante, los normal a la hora de trabajar con aplicaciones de energía solar es disponer del ángulo cenital real, calculado a partir de  $\phi$ ,  $\delta$  y  $\omega$ , por lo que estas expresiones son más útiles para nuestros propósitos. En 1994 Young [You94] propone la Ec. (3.6) para la masa de aire en función del ángulo cenital real,

$$m = \frac{1,002432 \cos^2 \theta_z + 0,148386 \cos \theta_z + 0,0096467}{\cos^3 \theta_z + 0,149864 \cos^2 \theta_z + 0,0102963 \cos \theta_z + 0,000303978}. \quad (3.6)$$

El error de esta expresión es menor a 0.001 para  $m < 6$  y de hasta 0,0037 para masas de aire mas elevadas [You94]. La masa de aire es aproximadamente proporcional a la presión atmosférica a nivel de superficie. Las expresiones anteriores están referidas a la presión estándar de referencia  $P_0 = 101.325$  kPa. Si la ubicación no está a nivel del mar, la masa de aire se puede corregir utilizando el factor  $P/P_0$  donde  $P$  es la presión atmosférica a nivel de la superficie del observador, expresada en kPa. En caso de no conocer  $P$ , es usual aproximarla en función de la altura de la ubicación sobre el nivel del mar,  $h$ , expresada en metros, de forma que la corrección por presión atmosférica es:

$$m(P) = \frac{P}{P_0} m(P_0) \simeq e^{-h/8434,5} \times m(P_0). \quad (3.7)$$

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

La Fig. (3.3) muestra una comparación entre las expresiones de las Ecs. (3.4), (3.5) y (3.6) para todo el rango de ángulos (izquierda) y el rango entre  $80^\circ$  y  $90^\circ$  (derecha). Se puede observar que las expresiones producen valores prácticamente iguales hasta aproximadamente  $80^\circ$ , mostrando diferencias para ángulos cenitales altos (alturas solares bajas). En especial, es posible ver con las expresiones de las Ecs. (3.5) y (3.6) no divergen para  $\theta_z = 90^\circ$ . Para ángulos  $\theta_z \lesssim 80^\circ$  la forma aproximada de la Ec. (3.4) resulta adecuada para muchas aplicaciones.

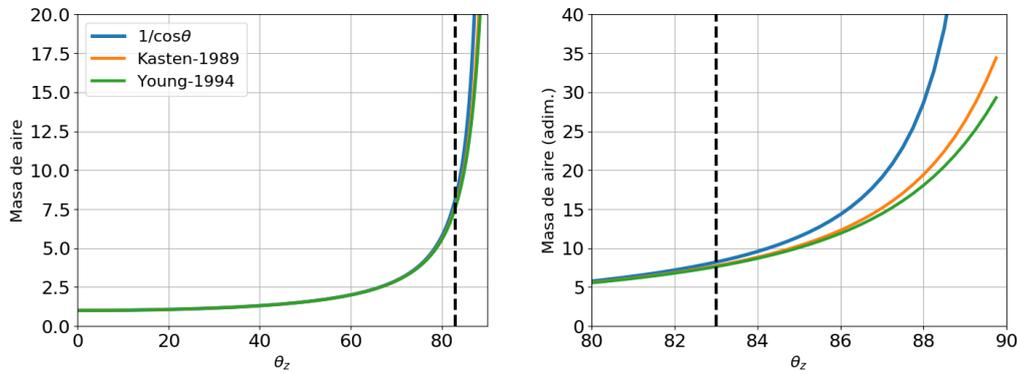


Figura 3.3: Masa de aire sin correcciones, Ec. (3.4), y con modelos corregidos, Ecs. (3.5) y (3.6). El panel de la derecha muestra el detalle para altura solar baja. La curva azul  $1/\cos\theta_z$  diverge para  $\theta_z \rightarrow 90^\circ$ . En la Ec. (3.5) se usó el ángulo  $\theta_z$  sin corrección por la refracción terrestre, a modo ilustrativo. La masa de aire se calculó a nivel del mar ( $h = 0$ ), sin considerar correcciones por presión atmosférica local.

La atenuación selectiva del espectro solar incidente tiene diferente efecto dependiendo de la masa de aire. La Fig. 3.4 compara los espectros de irradiancia en incidencia normal para cielo claro generados para diferentes masas de aire a partir del modelo SMARTS2 [Gue95, GME02]. Se puede observar que para distintas masas de aire la atenuación de la irradiancia a nivel de superficie tiene distinto comportamiento espectral. La mayor atenuación tiene lugar a longitudes de onda cortas debido a las características de la dispersión de Rayleigh, tal como se discute más adelante.

## 3.2. Interacción de la radiación solar con la atmósfera sin nubes

La atmósfera terrestre es una mezcla no homogénea de varios gases y aerosoles (partículas sólidas o micro gotas líquidas en suspensión) que interactúan

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

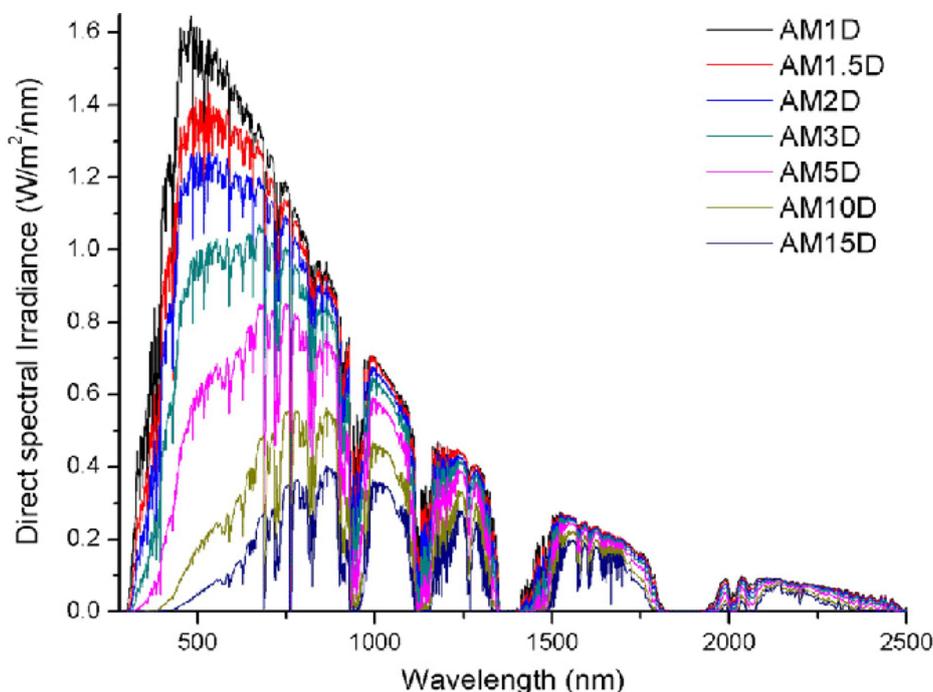


Figura 3.4: Irradiancia espectral directa en incidencia normal bajo condiciones de cielo claro, para varias masas de aire entre 1 y 15 (D refiere a radiación *directa*). Figura generada a partir del modelo SMARTS2 y tomada de [TO15].

con la radiación solar incidente en forma espectralmente selectiva. La distribución de sus componentes, el contenido de agua y aerosoles varían espacial y temporalmente. A efectos de discutir la interacción de la luz con la atmósfera en ausencia de nubes, se utiliza el concepto de *atmósfera estándar limpia y seca*, es decir, sin aerosoles ni agua. A nivel del mar, el 99.97% del volumen de la atmósfera limpia y seca se compone de tres gases: Nitrógeno molecular ( $\text{N}_2$ , 78,084%), Oxígeno molecular ( $\text{O}_2$ , 20,948%) y Argón atómico ( $\text{Ar}$ , 0,934%). Los porcentajes indicados corresponden a la atmósfera estándar internacional (IAS)<sup>2</sup>. Otros componentes, presentes en menor proporción, son

---

<sup>2</sup>Las atmósferas estándar son modelos estáticos de la atmósfera que definen como varían las propiedades con la altura (presión, temperatura, densidad y viscosidad). Existen diversas atmósferas estándar en uso, por ejemplo la utilizada por EEUU [https://en.wikipedia.org/wiki/U.S.\\_Standard\\_Atmosphere](https://en.wikipedia.org/wiki/U.S._Standard_Atmosphere) u otras para uso específico (aviación, satélites). A alturas por debajo de 50 km, todas coinciden con la ISA, tal como la define la norma ISO 2533:1975 [https://en.wikipedia.org/wiki/International\\_Standard\\_Atmosphere](https://en.wikipedia.org/wiki/International_Standard_Atmosphere). Cerca del nivel del mar, el aire se supone seco, limpio y a 15 °C y 101.3 kPa.

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

el dióxido de Carbono ( $\text{CO}_2$ , 0,0314 % o 314 ppm<sup>3</sup>), el Neón (Ne, 18.2 ppm), el Helio (He, 5.2 ppm) y el Metano ( $\text{CH}_4$ , 2 ppm). Los gases nobles no juegan un rol muy relevante ni en la interacción con la luz visible ni en el balance térmico en la atmósfera. En cambio, el  $\text{CO}_2$  y  $\text{CH}_4$  son gases de *efecto invernadero*, esencialmente transparentes a la luz visible pero absorbentes de radiación térmica infrarroja, por lo cual favorecen la acumulación de energía en la biósfera que luego se emite como calor y se relaciona con el aumento de su temperatura media global.

La irradiancia solar incidente sufre básicamente dos tipos de procesos al atravesar la atmósfera: absorción y dispersión.

#### Procesos de absorción

La absorción de radiación solar se da principalmente por moléculas de Ozono ( $\text{O}_3$ ), Dióxido de Carbono ( $\text{CO}_2$ ), Oxígeno molecular ( $\text{O}_2$ ), vapor agua y en menor medida, aerosoles. La absorción por  $\text{O}_3$  ocurre principalmente en la estratósfera (altura entre 10 y 50 km), donde la concentración de  $\text{O}_3$  es mayor<sup>4</sup>. Esta absorción afecta principalmente las longitudes de onda más cortas (UV), de modo que la absorción es prácticamente total por debajo de  $0.28 \mu\text{m}$ . El Oxígeno y Nitrógeno molecular también absorben la radiación solar ultravioleta, principalmente por debajo de  $0.2 \mu\text{m}$ , de modo que nada de ésta llega a la superficie terrestre. El Ozono presenta bandas de absorción en el ultravioleta, visible e infrarrojo y, como está concentrado en la estratósfera, actúa en forma previa al resto de los componentes ante el avance de la radiación solar. Su absorción más relevante tiene lugar en las bandas  $0.2$  a  $0.3 \mu\text{m}$  (UV) y  $0.45$  a  $0.77 \mu\text{m}$  (visible). El vapor de agua y el  $\text{CO}_2$  (entre otros gases poliatómicos) absorben en varias regiones del espectro infrarrojo, como indica en la Fig. 3.1 o, en más detalle, la Fig. 3.5. Notar que esta última figura comprende el espectro solar ( $\lesssim 3 \mu\text{m}$ ) y el espectro infrarrojo de emisión de la Tierra ( $\gtrsim 3 \mu\text{m}$ ). La alta absorción de la atmósfera al espectro solar por encima de  $\simeq 2,5 \mu\text{m}$  determina que, a todos los efectos prácticos, no haya irradiancia solar a nivel de suelo terrestre por encima de esta longitud de onda (ver Figs. 3.1 y 3.4). Desde el punto de vista de la absorción, la atmósfera es básicamente transparente en la región del visible entre  $0.3$  y  $0.7 \mu\text{m}$ , aunque en esta región hay atenuación de la irradiancia directa por procesos de dispersión.

---

<sup>3</sup>ppm = partes por millón. Actualmente, debido principalmente a las emisiones antropogénicas, la concentración media de  $\text{CO}_2$  en la atmósfera ya superó las 400 ppm.

<sup>4</sup>El Ozono troposférico ( $< 10$  km) es menos del 10 % del total.

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

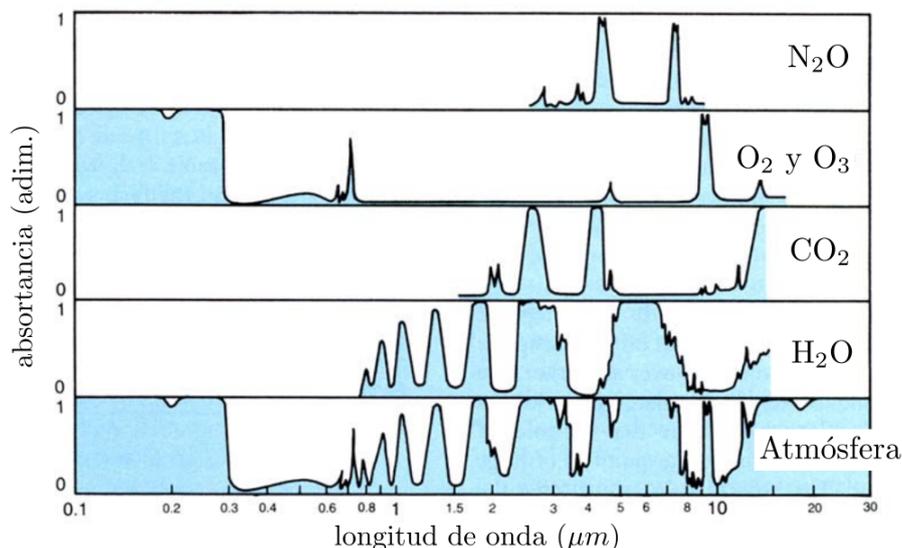


Figura 3.5: Bandas de absorción de algunos componentes de una atmósfera limpia. La curva inferior muestra el efecto conjunto de las bandas de absorción en una la atmósfera limpia. Adaptada de [Wei92].

### Procesos de dispersión (o scattering)

Estos procesos se dan principalmente por las moléculas del aire, por agua (vapor y gotas líquidas en suspensión) y por los aerosoles que pueda haber presentes. La probabilidad de dispersión (sección eficaz) y la distribución angular de la radiación dispersada (de igual longitud de onda que la radiación incidente) se obtienen resolviendo la ecuación de ondas electromagnéticas para el problema. El parámetro relevante es  $\xi = d/\lambda$ , donde  $d$  es el tamaño característico de los centros dispersores (el diámetro si se suponen esféricos) y  $\lambda$  la longitud de onda característica de la radiación incidente. En el caso  $\xi \ll 1$  el problema se simplifica considerablemente y fue resuelto por Rayleigh en 1871. La dispersión resultante se conoce como dispersión de Rayleigh<sup>5</sup> y su sección eficaz es proporcional a  $1/\lambda^4$ , de modo que actúa preferentemente en longitudes de onda cortas (azul) y se vuelve menos importante por encima de 600 nm. Cuando  $\xi \gtrsim 0,2$  la simplificación de Rayleigh ya no aplica y la solución de la ecuación de ondas es bastante más compleja. Este mecanismo, aplicado a esferas dispersoras de diámetro  $d$ , se conoce como dispersión de Mie, por el físico alemán que resolvió el problema en 1906. Los aerosoles (partículas sólidas o líquidas en suspensión) son centros dispersores de mayor

<sup>5</sup>Este proceso ocurre cuando la luz es dispersada por las moléculas del aire y es responsable del color azul cielo proveniente de la radiación dispersada o difusa.

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

tamaño y dispersan la luz de esta forma. En resumen:

$$\xi = \frac{d}{\lambda}, \quad \begin{cases} < 0,2 & \rightarrow \text{dispersión de Rayleigh,} \\ \gtrsim 0,2 & \rightarrow \text{dispersión de Mie.} \end{cases}$$

La distribución angular de la dispersión por ambos mecanismos es diferente, como se muestra en la Fig. 3.6 (arriba). En el caso de la dispersión de Rayleigh, los máximos son hacia adelante y hacia atrás (retro-dispersión o backscattering), con mínimos para dispersión a 90 grados respecto a la dirección de incidencia de la radiación. Esta dispersión, repetida múltiples veces, es el origen de la radiación difusa cuya distribución en la bóveda celeste es, en primera aproximación, isotrópica. En ausencia de nubes, aproximadamente la mitad de la radiación difusa incide en la superficie terrestre y la otra mitad se dispersa al espacio, contribuyendo al albedo terrestre [Iqb83]. En el caso de la dispersión de Mie el máximo está hacia adelante (forward scattering) y la dirección de los fotones sufre pequeños desvíos. Un ejemplo familiar de este fenómeno es ver la luz de una linterna a través de una niebla espesa.

Debido a estos procesos, parte de la radiación incidente es absorbida, parte es dispersada al espacio y otra parte es dispersada hacia el suelo<sup>6</sup>. La Fig. 3.6 (abajo) esquematiza los procesos que sufre la radiación solar al atravesar la atmósfera. Una parte de la radiación solar que llega al suelo, la radiación difusa, proviene de todas las direcciones de la bóveda celeste. La otra parte, la radiación directa, es la que llega al observador en línea recta desde el Sol. Convencionalmente, se acepta que la radiación directa incluya una pequeña porción proveniente de direcciones adyacentes al ángulo sólido subtendido por el disco solar, y se denomina radiación circumsolar. Nos referiremos a radiación global, difusa o directa, según hablemos de ambas o una de estas componentes. Usaremos el subíndice  $b$  para radiación directa (del inglés *beam radiation*) y  $d$  para la radiación difusa. Las medidas más usuales de irradiancia son de radiación global, es decir, la suma de las contribuciones directa y difusa en el punto de medición. De sus siglas en inglés, llamaremos:

- GHI a la irradiancia global en plano horizontal ( $G_h$ ),
- DHI a la irradiancia difusa en plano horizontal ( $G_{dh}$ ),
- BHI a la irradiancia directa en un plano horizontal ( $G_{bh}$ ),
- DNI a la irradiancia directa en incidencia normal ( $G_b$ ),

---

<sup>6</sup>Sin cambio de longitudes de onda, no confundir con la radiación térmica emitida por la atmósfera en el infrarrojo lejano  $\lambda > 10\mu\text{m}$ .

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

donde se utiliza el subíndice  $h$  para denotar el plano horizontal, como se hizo en el Capítulo 2. Esta siglas se usan indistintamente para irradiancia e irradiación solar, siendo su principal función indicar qué componente de la radiación es y en qué plano incide. Para estimar la irradiancia sobre un plano inclinado, es necesario tratar separadamente ambas componentes de la radiación global. Los métodos aproximados para separar ambas componentes a partir de una medida de radiación global son de interés práctico y serán discutidos en el Capítulo 4.

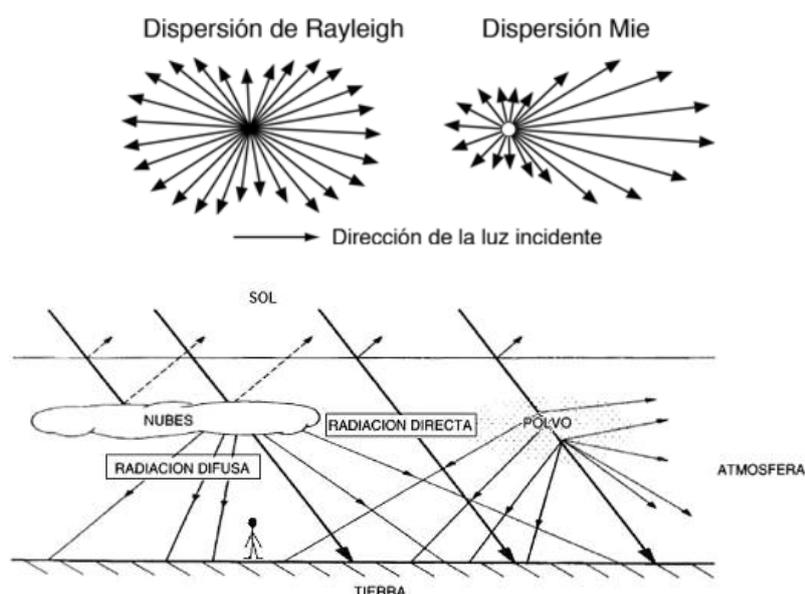


Figura 3.6: Arriba: Distribución angular de la dispersión de Rayleigh y la dispersión de Mie. Abajo: Representación esquemática de los procesos de reflexión y dispersión de la radiación incidente en la atmósfera.

La componente UV de la radiación solar merece un breve comentario debido a su impacto en la salud humana y animal, en el desarrollo de cultivos y en la degradación de materiales plásticos. Como ya se mencionó, cuando la luz solar atraviesa la atmósfera, el Ozono, el Oxígeno y el Nitrógeno moleculares absorben toda la radiación UV-C y aproximadamente el 90% de la radiación UV-B, pero la atmósfera afecta muchos menos a la radiación UV-A. En consecuencia, la radiación UV que alcanza la superficie terrestre se compone en su mayor parte de UV-A, con una pequeña parte de UV-B. La fracción UV-B/UV-A es mayor cerca del mediodía solar por razones en las que no profundizaremos aquí, pero esto la hace especialmente peligrosa. En

## 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

el ser humano, una exposición prolongada<sup>7</sup> a la radiación UV solar cerca del mediodía solar (en especial la componente UV-B, que es un mutágeno) puede producir efectos negativos en la salud de la piel, los ojos y el sistema inmunitario. Pequeños cambios locales en la concentración de Ozono en la estratósfera, reflexión en la nieve o arena o la altitud del punto de observación, son factores que pueden aumentar significativamente la dosis de irradiación UV-B recibida en un período dado. En 2015 Uruguay era primero en Latinoamérica en incidencia per cápita de Cáncer de Piel y la tendencia continúa hace varios años<sup>8</sup>. Por más información consultar [http://les.edu.uy/report/UV1\\_v1.pdf](http://les.edu.uy/report/UV1_v1.pdf).

### 3.2.1. Atenuación de la irradiancia directa en la atmósfera sin nubes

En esta Subsección daremos un contenido más preciso a la descripción cualitativa precedente. El objetivo es dar una idea concreta de cómo es posible parametrizar los procesos mencionados y estimar la atenuación de la radiación TOA, para estimar la irradiancia directa sobre la superficie. El eje de la discusión no está en presentar los modelos más precisos y complejos sino en ofrecer una primer discusión cuantitativa. Los modelos modernos más sofisticados, resuelven la ecuación de transferencia radiante en la atmósfera con asistencia de información satelital en tiempo real<sup>9</sup>.

#### Ley de Bouguer, Lambert, Beer

La atenuación de la radiación que atraviesa cualquier material semi-transparente y homogéneo es proporcional a su intensidad  $I_\lambda$  y a la densidad del material. Este hecho se conoce como la ley de Bouguer–Lambert–Beer, y su lógica es simple: la cantidad de interacciones potencialmente dispersivas (o absorptivas) depende de la densidad de fotones en el haz y de la densidad de centros dispersivos del medio. La geometría del proceso se muestra en la Fig. 3.7, donde la coordenada  $z$  indica el recorrido vertical y crece desde cero (nivel TOA) hasta  $z_0$  en la superficie. Por motivos prácticos conviene expresar el sistema de coordenadas con esta orientación. Por supuesto, el planteo general aplicará luego a las interacciones relevantes que la luz solar tiene con cada componente de la atmósfera.

---

<sup>7</sup>El significado preciso de este término depende del nivel de irradiación y –sobre todo– del tipo de piel en cuanto a su concentración de melamina.

<sup>8</sup>Fuente: <https://cnnespanol.cnn.com/2015/05/08/uruguay-es-el-pais-con-mas-casos-de-cancer-de-piel-en-latinoamerica/>.

<sup>9</sup>Ver, a modo de ejemplo, el proyecto europeo Copernicus Atmospheric Monitoring Service (CAMS) en <https://atmosphere.copernicus.eu/>

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

Suponemos un haz de radiación directa monocromática  $G_\lambda$  que atraviesa una capa de atmósfera de espesor  $dz$  donde la densidad es  $\rho(z)$  (suponiendo un perfil vertical de densidad en el medio). Debido a los procesos de dispersión y absorción el haz sufrirá una atenuación y al salir de la capa, la irradiancia es  $G_\lambda(z + dz) + dG_\lambda < G_\lambda(z)$ , con  $dG_\lambda$  negativo. Si en esta capa se recorre una distancia  $ds$  la atenuación es,

$$dG_\lambda = -\sigma_\lambda G_\lambda \rho(s) ds, \quad (3.8)$$

donde  $\sigma_\lambda$  es una constante de proporcionalidad (expresada en  $\text{m}^2/\text{kg}$ ) que depende de la longitud de onda de la radiación y el recorrido  $s$  oblicuo del haz. La Fig. (3.7) ejemplifica este modelado.

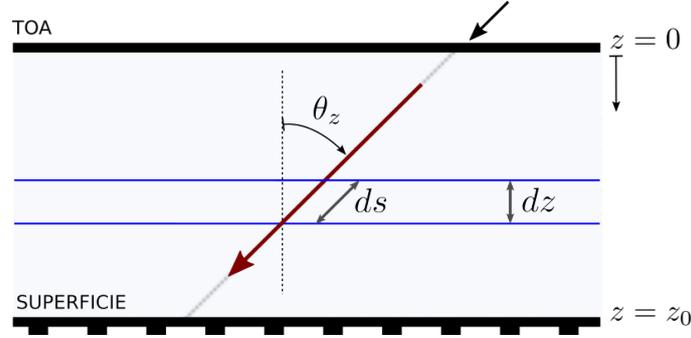


Figura 3.7: Esquema para ilustrar la geometría en el proceso de atenuación de la radiación directa en la atmósfera.

La Ec. (3.8) se puede integrar a lo largo del recorrido del haz de radiación directa en la atmósfera entre TOA,  $s = 0$  y la superficie,  $s = s_g$ , para obtener la irradiancia espectral directa a nivel de superficie en términos de la irradiancia TOA,

$$\int_{G_\lambda(s=0)}^{G_\lambda(s=s_g)} \frac{dG_\lambda}{G_\lambda} = -\sigma_\lambda \int_{s=0}^{s_g} \rho(s) ds, \\ \ln \left( \frac{G_\lambda}{G_{\lambda,0}} \right) = -\sigma_\lambda \times m \int_{z=0}^{z_g} \rho(z) dz = -mk_\lambda, \quad (3.9)$$

donde se usó la definición de masa de aire de la Ec. (3.3) para reemplazar la integral oblicua (en  $s$ ) por una integral en la columna vertical ( $z$ ), desacoplando la influencia de la dirección del haz en el medio. Se define el *coeficiente de atenuación* (o extinción) monocromático (adimensionado) como,

$$k_\lambda \equiv \sigma_\lambda \int_{z=0}^{z_g} \rho(z) dz. \quad (3.10)$$

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

Este coeficiente depende de:

- i. La probabilidad de la interacción  $\sigma_\lambda$  entre un fotón del haz y un componente atmosférico dado.
- ii. La distribución vertical  $\rho(z)$  de la especie de interés en la atmósfera.

$k_\lambda$  es una medida de la opacidad de la atmósfera a la radiación con la longitud de onda considerada. El cociente,

$$\tau_\lambda \equiv \frac{G_\lambda}{G_{0,\lambda}} = e^{-mk_\lambda}, \quad (3.11)$$

es la *transmitancia espectral* (adimensionada, varía entre 0 y 1) asociada a la interacción de la radiación monocromática con un componente determinado de la atmósfera, caracterizado por  $k_\lambda$  y con dependencia direccional a través de  $m$ .

En la atmósfera habrá simultáneamente varios procesos de atenuación de este tipo debido a la absorción y dispersión por los componentes ya descritos. Cada uno de ellos con su coeficiente de atenuación  $k_\lambda$ , expresando su selectividad espectral y nivel de atenuación particular. El problema sería intratable, a no ser por el hecho de que es razonable suponer que los procesos de atenuación son independientes entre sí. Bajo esta aproximación, el coeficiente de atenuación total es la suma de los coeficientes de atenuación de cada proceso y por lo tanto la transmitancia espectral total es el producto de las transmitancias individuales, identificadas con el subíndice  $i$ . Para un total de  $j$  componentes,

$$mk_\lambda = \sum_{i=1}^{i=j} m_i k_{i,\lambda} \longrightarrow \tau_\lambda = \prod_{i=1}^{i=j} \tau_{i,\lambda} = \tau_{1,\lambda} \times \tau_{2,\lambda} \dots \times \tau_{j,\lambda}. \quad (3.12)$$

Las transmitancias individuales son  $\tau_{i,\lambda} = \exp(-m_i k_{i,\lambda})$  y la irradiancia espectral directa en superficie, en términos de la irradiancia espectral TOA<sup>10</sup>, es  $G_\lambda = \tau_\lambda G_{0,\lambda}$ . Finalmente, la irradiancia directa en incidencia normal,  $G_b$ , es el resultado de integrar la correspondiente irradiancia directa espectral en todas las longitudes de onda relevantes (en la práctica entre 0.3 y 3  $\mu\text{m}$ ),

$$G_b = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda = \int_0^\infty G_{0,\lambda} e^{-mk_\lambda} d\lambda, \quad (3.13)$$

---

<sup>10</sup>La constante solar espectral corregida por el factor orbital  $(r/r_0)^2$ , Ec. (2.12).

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

donde la irradiancia  $G_{0,\lambda} d\lambda$  representa la porción de la constante solar en el intervalo de longitud de onda  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ , tomada del espectro solar extraterrestre estándar (Subsección 2.6.1). La integral en la Ec. (3.13) es similar a un promedio ponderado de la transmitancia espectral  $\tau_\lambda = e^{-mk_\lambda}$ , usando el espectro solar extraterrestre como factor de ponderación. En efecto, la transmitancia directa efectiva es:

$$\tau_b \equiv \frac{G_b}{G_0} = \frac{\int_0^\infty G_{0,\lambda} \tau_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty G_{0,\lambda} d\lambda}. \quad (3.14)$$

Esta transmitancia es una magnitud medible utilizando un pirheliómetro y un seguidor solar de precisión (ver Capítulo 5). En Uruguay, existen dos de estos equipos midiendo en forma continua en el LES.

Todas estas relaciones anteriores tienen carácter direccional, a través de su dependencia con la masa de aire, que depende a su vez del ángulo cenital. El espesor óptico efectivo de la atmósfera,  $k$ , puede calcularse sumando los espesores ópticos de las componentes atmosféricas relevantes. Este camino lleva a la formulación de modelos de cielo claro de base física, algunos de los cuales se presentan en la Sección 3.3. A continuación ilustramos el procedimiento en forma simplificada, considerando las contribuciones para la atenuación del haz solar por una atmósfera estándar debido a la dispersión de Rayleigh. Si además la atmósfera incluye vapor de agua y aerosoles hay que considerar la absorción por vapor de agua y la atenuación por aerosoles (dispersión de Mie). Existen formulaciones similares para considerar la atenuación por otros gases atmosféricos relevantes ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{O}_2$ , etc.) y la atenuación por Ozono [Iqb83], pero no las describiremos aquí por brevedad. Cada uno de estos procesos tiene una transmitancia espectral  $\tau_{i,\lambda} = \exp(-m_i k_{i,\lambda})$  y su producto es la transmitancia espectral directa de la atmósfera que aparece en la Ec. (3.13),

$$\tau_\lambda = e^{-mk_\lambda} = \tau_{r,\lambda} \times \tau_{w,\lambda} \times \tau_{a,\lambda}. \quad (3.15)$$

Estas expresiones permiten el cálculo de la irradiancia directa en incidencia normal a nivel de superficie conociendo la irradiancia TOA espectral. Evidentemente, para evaluar la irradiancia directa en superficie con la Ec. (3.13) se requiere información detallada del espesor óptico espectral debido a los diferentes componentes de la atmósfera en cada instante dado, según la Ec. (3.12), información que frecuentemente no está disponible. Parte de esta información, o algunas de sus propiedades, es posible estimarla a partir de medidas en tierra, información satelital o modelos numéricos de atmósfera, lo que da lugar a modelos de cielo claro simplificados que analizaremos en la Sección 3.3.

**i. Dispersión de Rayleigh ( $\tau_{r,\lambda}$ )**

Las moléculas de los componentes mayoritarios del aire limpio y seco ( $N_2$ ,  $O_2$  y  $Ar$ ) tienen diámetros del orden de 0,1 nm. La luz solar contiene fotones entre 0,3 y 3  $\mu m$ . Por tanto, para la parte visible y UV del espectro solar ( $\lambda \lesssim 500 \mu m$ ) se cumple la condición  $\xi = d/\lambda < 0,2$  y aplica la teoría de Rayleigh, cuyos detalles pueden consultarse en la bibliografía [Lio02a]. Aquí describiremos sólo su implicancia más relevante.

Para aire limpio y seco a nivel del mar en condiciones estándar se han realizado medidas del coeficiente de extinción de Rayleigh que resultan en la siguiente parametrización:

$$k_{r,\lambda} = \frac{0,008735}{\lambda^{4,08}} \quad y \quad \tau_{r,\lambda} = \exp\left(-\frac{0,008735 m}{\lambda^{4,08}}\right). \quad (3.16)$$

La dependencia con  $1/\lambda^4$ , característica de la dispersión Rayleigh como se mencionó antes, favorece la dispersión de las longitudes de onda más cortas (azul, UV). La Ec.(3.16) permite estimar la transmitancia solar espectral de una atmósfera estándar limpia y seca, a veces denominada atmósfera de Rayleigh.

**ii. Absorción por vapor de agua ( $\tau_{w,\lambda}$ )**

La atmósfera real contiene cantidades muy variables de agua en forma molecular o de gotículas de diversos tamaños. El tamaño de una molécula de agua es del orden de 0,1 nm, como para las moléculas del aire seco, por lo que el agua molecular dispersaría la luz con dispersión de Rayleigh. Sin embargo, las moléculas de agua en la atmósfera tienden a agruparse en micro gotas en suspensión cuyo tamaño (variable) es varias veces mayor que el de las moléculas individuales. A esto nos referimos como *cantidad de agua precipitable en la atmósfera*,  $w$  y lo medimos como la altura en cm que alcanzaría el agua presente en la columna vertical si estuviera estado líquido en condiciones estándar. Sin embargo, si el agua coexiste con aerosoles en suspensión, estos sirven como núcleos de agrupación y se forman partículas de aerosoles húmedos, cuya caracterización de tamaño y propiedades ópticas es compleja.

Para nuestros fines actuales (describir en forma simple la atenuación de luz solar directa causada por el agua en una atmósfera sin aerosoles), es suficiente con recurrir a expresiones simples basadas en medidas del coeficiente de extinción espectral, como por ejemplo,

$$k_{w,\lambda} = \frac{0,008635w}{\lambda^2} \quad y \quad \tau_{w,\lambda} = \exp\left(-\frac{0,008635 wm}{\lambda^2}\right). \quad (3.17)$$

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

---

La dependencia de  $k_{w,\lambda}$  con  $1/\lambda^2$  muestra que la atenuación por agua se aleja del comportamiento típico de la dispersión Rayleigh. La expresión para  $k_{w,\lambda}$  está formulada para masa de aire  $m = 1$  y en términos del vapor de agua precipitable  $w$  (en cm), de modo que la transmitancia queda en función de la masa de aire  $m$  y del contenido de vapor de agua precipitable  $w$  en la atmósfera considerada.

#### iii. Dispersión y absorción por Aerosoles (Mie), $(\tau_{a,\lambda})$

En este contexto, el coeficiente de atenuación espectral  $k_{a,\lambda}$  se denomina *profundidad óptica de aerosoles* (AOD) y se puede expresar a través de una relación empírica simple propuesta por Angström [Ang29] como,

$$k_{a,\lambda} = \frac{\beta}{\lambda^\alpha}. \quad (3.18)$$

Observe que las Ecs. (3.16) y (3.17) son de esta forma también. En la Ec. (3.18),  $\lambda$  se expresa en  $\mu\text{m}$ ,  $\beta$  se conoce como turbidez<sup>11</sup> de Angström (la profundidad óptica de aerosoles para  $\lambda = 1\mu\text{m}$ ) y  $\alpha$  se denomina exponente de Angström (adimensionado). El valor de este exponente varía con el inverso del tamaño predominante de los aerosoles. Como se muestra en el Cuadro 3.1, valores típicos para los parámetros de Angström de una atmósfera limpia son  $\alpha = 1,30$  y  $\beta = 0,20$ .

Tipo	$\beta$	$\alpha$	visibilidad (km)
limpia	0.00	1.30	340
clara	0.10	1.30	28
turbia	0.20	1.30	11
muy turbia	0.40	1.30	<5

Cuadro 3.1: Clasificación de aerosoles según la visibilidad atmosférica [Iqb83].

Para mostrar la variabilidad de los parámetros, en el Cuadro 3.2, se indican algunos rangos típicos para  $\alpha$  y AOD para una longitud de onda intermedia ( $\lambda = 0,550 \mu\text{m}$ ) para diversos aerosoles de origen natural o antropogénico.

En términos de la ley de Angström, Ec. (3.18), la transmitancia debida a los aerosoles presentes en la atmósfera se expresa según:

$$\tau_{a,\lambda} = e^{-\beta m / \lambda^\alpha}. \quad (3.19)$$

---

<sup>11</sup>La dispersión de luz solar que no sea de tipo Rayleigh (por moléculas de aire) se denomina genéricamente “turbidez”.

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

Tipo	AOD <sub>550</sub>	$\alpha$
continental limpio	0.04 - 0.13	0.8 - 1.5
continental promedio	0.07 - 0.24	1.0 - 1.7
continental contaminado	0.05 - 0.21	1.5 - 2.5
urbano/industrializado	0.19	> 0.25
desértico	0.17	> 0.2
marítimo	0.15	> 0.15
quema de biomasa	0.18	> 0.20
antártico	0.08	< 0.10

Cuadro 3.2: Clasificación de aerosoles según sus propiedades. En base a datos de diez estaciones Aeronet [ORPE06].

La Fig. 3.8 muestra la transmitancia espectral directa de cada uno de estos factores (Rayleigh, vapor de agua y aerosoles) en función de la longitud de onda para tres masas de aire. Se aprecia, por ejemplo, que solo el 50% de la radiación directa de 1  $\mu\text{m}$  llega a la superficie. La integración de la transmitancia con el espectro de referencia TOA, Ec. (3.14), permite calcular la transmitancia directa total y la irradiancia directa que llega a la superficie.

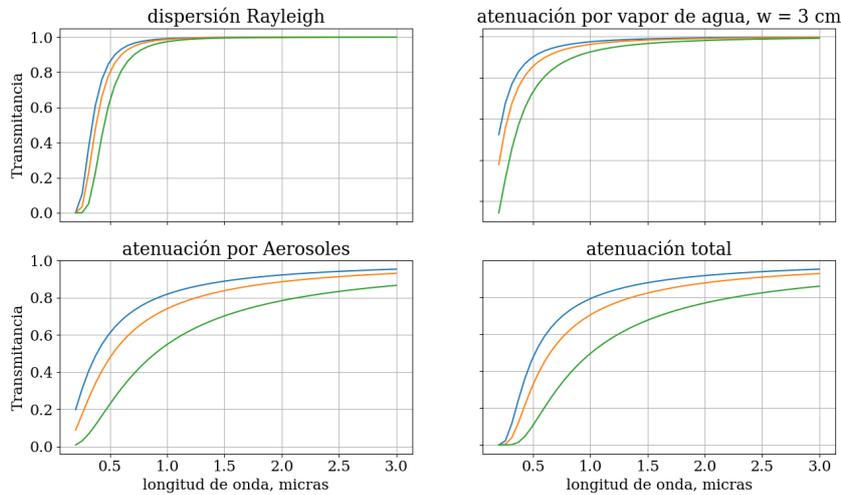


Figura 3.8: Transmitancia de Rayleigh (superior izquierdo), Ec. (3.16). Atenuación por vapor de agua para  $w = 3$  cm (superior derecho), Ec. (3.17). Atenuación por aerosoles de una atmósfera turbia para  $\alpha = 1,3$ ,  $y\beta = 0,2$  (inferior izquierdo), Ec. (3.19). Atenuación directa total vs longitud de onda (inferior derecho), Ec. (3.15). Se muestra para tres masas de aire:  $m = 1$  (azul),  $m = 1,5$  (naranja) y  $m = 3$  (verde).

### 3.2.2. Variables adimensionadas

Debido a los procesos indicados en el apartado anterior y –sobre todo– a la influencia de la nubosidad, la irradiancia TOA resulta atenuada (dispersada, reflejada y absorbida) y llega al suelo solo como irradiancia directa ( $G_b$ ) sólo una fracción  $\tau_b$  de la incidente. Una parte de la radiación dispersada también llega a la superficie como irradiancia difusa,  $G_{dh}$ , como se indica en la Fig. 3.6 (izquierda).

#### Ecuación de clausura

La irradiancia global sobre plano horizontal es la suma de las dos componentes (directa y difusa) sobre ese plano, según,

$$G_h = G_{bh} + G_{dh} = G_b \cos \theta_z + G_{dh}, \quad (3.20)$$

donde  $G_{bh} = G_b \cos \theta_z$  es la proyección de la irradiancia directa en incidencia normal sobre el plano horizontal. Esta ecuación se denomina a veces como *ecuación de clausura*, porque impone un vínculo entre las tres componentes de irradiancia  $G_h$ ,  $G_b$  y  $G_{dh}$ . Cuando se realizan medidas simultáneas e independientes de las tres componentes, el vínculo sirve como un criterio de control de calidad. Como veremos, la medida de DNI ( $G_b$ ) requiere un alineamiento muy preciso con la línea Tierra-Sol. Frecuentemente, se miden  $G_h$  y  $G_{dh}$  con métodos más o menos elaborados y se obtiene la DNI de la ecuación de clausura.

#### Índice de claridad instantáneo

Para condiciones diurnas ( $\cos \theta_z > 0$ ), se puede normalizar la ecuación de clausura dividiendo por la irradiancia TOA sobre plano horizontal,

$$G_{0h} = G_s F_n \cos \theta_z = G_0 \cos \theta_z \quad (3.21)$$

expresando la ecuación de clausura en forma adimensionada,

$$k_t = \tau_b + k_d, \quad (3.22)$$

donde:

$$k_t = \frac{G_h}{G_{0h}}, \quad k_d = \frac{G_{dh}}{G_{0h}}, \quad \tau_b = \frac{G_b}{G_0}. \quad (3.23)$$

La irradiancia global horizontal normalizada se denomina *índice de claridad instantáneo*,  $k_t$  y varía entre 0 y 0.85 en condiciones normales, siendo los

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

valores entre 0,75 y 0,85 valores posibles para condiciones de cielo despejado. Debido a reflexiones y refracciones en las nubes, es posible que  $G_h > G_0$  y  $k_t > 1$  por breves períodos de tiempo (minutos). Estos eventos se denominan *eventos de sobreirradiación* y su frecuencia, duración e intensidad están pendientes de estudio en Uruguay. Estos eventos sólo se observan en cortas escalas de tiempo y, por ejemplo, no se observan en series de datos de irradiación 10-minutal u horaria. Denominaremos *irradiación difusa normalizada* a  $k_d$ . En cuanto a la transmitancia directa,  $\tau_b$ , ya le hemos analizado en detalle en la Sección anterior. En condiciones de nubosidad total,  $G_b = 0$  y  $G_h = G_{dh}$ , es decir que  $k_t = k_d$  cuando  $\tau_b = 0$ , como se verifica en la Ec. (3.22). En condiciones de cielo claro,  $k_d$  es mínimo (pero nunca nulo) y  $\tau_b$  máximo (pero nunca 1). Las Fig. 3.9 (derecha) muestra un ejemplo de cálculo y evolución diaria de estas cantidades adimensionadas en base a las medidas de irradiación e la figura de la izquierda.

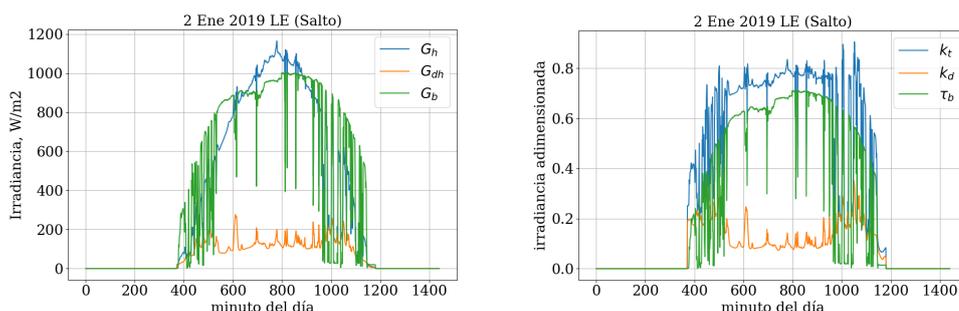


Figura 3.9: Izquierda: Serie minutal de las tres componentes de irradiación solar para el día 2 de Enero de 2019 en el LES en Salto (un día con nubosidad intermitente y dispersa). Derecha: La mismas series normalizadas para mostrar  $k_t$ ,  $k_d$  y  $\tau_b$ , donde se cumple la Ec. (3.22), a menos de incertidumbres experimentales. Observe la normalización temporal de la serie en  $k_t$ .

### Índice de claridad horario

Las mismas definiciones se extienden a intervalos de tiempo mayores, por ejemplo se define el **índice de claridad horario** normalizando la irradiación global horaria sobre plano horizontal por su correspondiente irradiación a nivel TOA,

$$k_T = \frac{I_h}{I_{0h}} \simeq \frac{I_h}{I_s F_n \langle \cos \theta_z \rangle}. \quad (3.24)$$

donde  $I_h$  es la irradiación horaria sobre plano horizontal y  $I_{0h}$  la cantidad extraterrestre correspondiente, dada por la Ec. (2.35). La expresión aproxi-

### 3.2. Interacción radiación-atmósfera.

mada resulta de estimar  $I_{0h} \simeq I_s F_n \langle \cos \theta_z \rangle$ , donde  $\langle \cos \theta_z \rangle$  es el promedio de  $\cos \theta_z$  en la hora. Ya se demostró en la Sección 2.5.2 que para intervalos horarios y sub-horarios, este promedio es prácticamente idéntico a evaluar  $\cos \theta_z$  en el punto medio del intervalo. Para intervalos horarios y sub-horarios es posible utilizar la Ec. (3.24) sin pérdida alguna de generalidad.

#### Índice de claridad diario

A escala diaria, definimos el **índice de claridad diario** como la irradiación diaria sobre plano horizontal normalizada por su correspondiente irradiación a nivel TOA, Ec. (2.37), según,

$$K_T = \frac{H_h}{H_{0h}}. \quad (3.25)$$

La ventaja evidente de trabajar con una serie diaria normalizada es que la componente estacional de la irradiancia TOA se elimina en su mayor parte, como se muestra en la Fig. 3.10. La variación subyacente en la serie normalizada se debe principalmente a efectos de nubosidad y no a la estacionalidad del movimiento aparente del Sol.

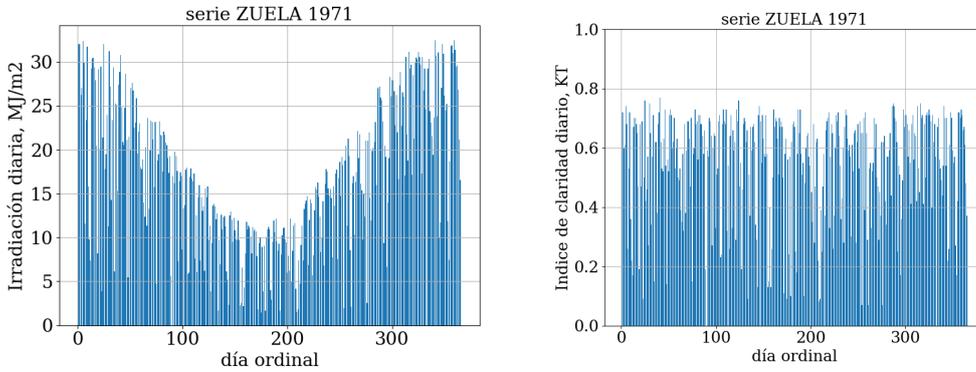


Figura 3.10: Izquierda: Serie diaria de irradiación global horizontal para el año 1971, registrada en la estación experimental del INIA en Colonia (hoy estación de La Estanzuela). Derecha: La misma serie normalizada en términos de  $K_t$  diario, Ec. (3.25).

Finalmente, también es de utilidad el *índice de claridad diario promedio* asociado a promedios mensuales de valores diarios, como,

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}_h}{\bar{H}_{0h}}, \quad (3.26)$$

donde  $\bar{H}_h$  es el valor medio de irradiación diaria sobre plano horizontal en el mes y  $\bar{H}_{0h} = \frac{1}{N_m} \sum_n H_{0h}$  el correspondiente valor medio de irradiación

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

extraterrestre.  $N_m$  es el número de días del mes  $m \in [1 \dots 12]$  y la suma abarca los días de ese mes. Observe que el índice promedio se define como un cociente de promedios y no como el promedio de los cocientes diarios. Esta cantidad normalizada ha sido utilizada, por ejemplo, en la elaboración del primer Mapa Solar del Uruguay [ADCG10, DTAC11].

## 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

El efecto de los procesos de absorción y dispersión sobre la radiación solar puede ser modelado en forma aproximada en el caso de condiciones de cielo claro (CC), es decir, de cielo despejado o sin nubes. La importancia de los modelos CC se debe a dos factores: (i) son la base de muchos modelos físicos e híbridos de irradiancia solar que incluyen el efecto de la nubosidad estimada a partir de imágenes satelitales y (ii) un modelo de Cielo Claro bien ajustado puede estimar irradiancia de cielo claro con incerteza menor a 3% si la atmósfera local está bien caracterizada, lo que lo transforma en una herramienta útil para realizar un control de calidad de series de medidas de irradiancia solar o normalizar las series de radiación para estudios de variabilidad o predicción del recurso, donde se debe aislar únicamente el efecto de la nubes. El desempeño de un modelo CC depende, por un lado, de qué tan bien el modelo describe la interacción radiación-atmósfera, y por otro, de qué tan confiable es la información de entrada sobre el estado de la atmósfera que el modelo requiere. En esta Sección discutimos algunos de los modelos de Cielo Claro más simples y de mejor desempeño en la región.

### 3.3.1. Turbidez de Linke

Una forma sencilla y práctica de caracterizar el estado de la atmósfera en cielo claro, cuando no se cuenta con información detallada sobre aerosoles o vapor de agua, es a través del factor de turbidez de Linke,  $T_L$ . El mismo es un número adimensionado que puede ser interpretado como el número de atmósferas limpias y secas (atmósfera de Rayleigh) que tiene que atravesar un haz de radiación solar para obtener la atenuación real observada.  $T_L$  engloba en un único parámetro adimensionado los efectos de dispersión y absorción por aerosoles, absorción de gases residuales y absorción por vapor de agua. Se define analíticamente como  $T_L = k/k_r$ , donde  $k_r$  es el espesor óptico efectivo de una atmósfera de Rayleigh (ver la Ec. (3.16)) y  $k$  el espesor óptico efectivo de la atmósfera real con transmitancia directa  $\tau_b = \exp(-mk)$ . La irradiancia solar directa que llega a una superficie horizontal (bajo cielo despejado) se puede expresar entonces como,

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

$$G_{bh,c} = G_s F_n \cos \theta_z e^{-m T_L k_r}. \quad (3.27)$$

La definición de  $T_L$  depende, por construcción, de la definición de la atmósfera de Rayleigh. Una versión propuesta por [Kas96] es:

$$\frac{1}{k_r} = \begin{cases} 6,62960 + 1,75130 m - 0,12020 m^2 \\ \quad + 0,00650 m^3 - 0,00013 m^4, & (m \leq 20) \\ 10,6 + 0,718 m. & (m > 20) \end{cases} \quad (3.28)$$

Observe que, a diferencia de la Ec. (3.16), aquí ya se ha integrado la dependencia en la longitud de onda.

La información que contiene  $T_L$  combinada con el efecto de la dispersión molecular atmosférica, describe la atenuación del haz directo de luz solar.  $T_L$  varía típicamente entre 2 y 5, y cuanto menor es su valor más limpia y menos húmeda está la atmósfera (ya que más se aproxima a una atmósfera ideal limpia y seca). Esta variable no es directamente medible. Sin embargo, ha sido utilizada como parámetro principal de muchos modelos simples de irradiancia solar total en cielo claro por sintetizar efectos complejos de describir.  $T_L$  presenta una leve dependencia con  $m$ , por lo cual muestra una variación a lo largo de día, aún cuando la atmósfera se mantiene esencialmente invariante. Como convención se utiliza el valor de  $T_L$  correspondiente a una masa de aire igual a 2.

#### Determinación de $T_L$

Existen al menos tres enfoques para determinar  $T_L$  a partir de datos de radiación de banda ancha en superficie. El primero y más directo está relacionado con el uso de medidas de DNI, en donde se determina  $T_L$  a partir de la Ec. 3.27. En caso de contar con medidas de DNI en cierta ubicación, éste es el método de preferencia por ser más directo. Sin embargo, las medidas de DNI son comparativamente escasas y frecuentemente se debe recurrir a series de GHI. Una opción es utilizar modelos fenomenológicos para estimar DNI a partir de GHI (ver la Sección 3.4.1) y luego estimar  $T_L$  a partir de la DNI. Este enfoque tiene el problema de que la incertidumbre en la estimación de DNI inevitablemente se traduce en incertidumbre en  $T_L$ , por lo que no es recomendado. Otra opción es usar un modelo de cielo claro basado en  $T_L(m = 2)$  para calcular la radiación global en condiciones de cielo claro considerando  $T_L$  como un parámetro (diario o mensual) a determinar, para lograr el mejor ajuste con los datos de tierra.

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

Este último enfoque se aplica a la región<sup>12</sup> en [LA16] utilizando mediciones horarias de la red de medida del LES. Allí se caracterizan los ciclos anuales de  $T_L$  para cada estación como se puede ver en la Fig. 3.11. Para fines prácticos se pueden utilizar, sin gran pérdida de precisión, dos ciclos promediados en la región Norte y Sur del Río Negro, tal como se detalla en el Cuadro 3.3. Se recomienda además la interpolación lineal a escala diaria de los valores mensuales, asignados a el día medio de cada mes, para obtener un valor de  $T_L$  medio para cada día del año. La turbidez presenta un claro comportamiento estacional, mostrando mínimos de aproximadamente 2,4 para invierno y máximos de 3,2 en verano, indicando una mayor presencia de vapor de agua y aerosoles en la atmósfera de verano.

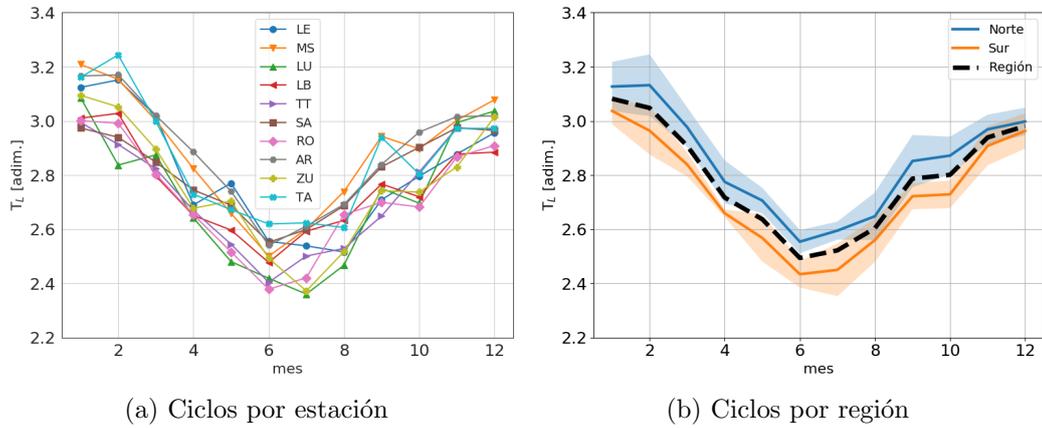


Figura 3.11: Ciclos de  $T_L$  utilizando métodos de minimización de incertidumbre en el modelo de cielo claro ESRA.

Debido al amplio uso que se le ha dado a  $T_L(m = 2)$  como parámetro global, algunos autores han relacionado  $T_L$  con variables atmosféricas como de vapor de agua y espesor óptico de aerosoles (AOD). Dos ejemplos son el propuesto en [RWL<sup>+</sup>03], basado en vapor de agua precipitable  $w$  (en cm) y el parámetro de Angström  $\beta$  según la Ec. 3.29, y el algoritmo propuesto en [Ine08] basado en vapor de agua precipitable,  $AOD_{550}$  y el cociente entre la presión y 1013 hPA,  $P_c$ <sup>13</sup> según la Ec. 3.30:

<sup>12</sup>La Pampa Húmeda: comprende todo el territorio de Uruguay, parte del litoral Argentino y del Sur de Brasil.

<sup>13</sup>Si no se conoce la presión se puede utilizar la misma expresión que en la Ec. 3.7 para estimar  $P_c$ .

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

mes	Sur	$\sigma$	Norte	$\sigma$	Total	$\sigma$
enero	3.037	0.049	3.127	0.091	3.082	0.083
febrero	2.964	0.088	3.132	0.114	3.048	0.130
marzo	2.839	0.044	2.977	0.073	2.908	0.092
abril	2.659	0.014	2.775	0.079	2.717	0.081
mayo	2.568	0.087	2.706	0.047	2.637	0.098
junio	2.434	0.049	2.554	0.043	2.494	0.076
julio	2.450	0.097	2.595	0.033	2.522	0.103
agosto	2.560	0.080	2.648	0.088	2.604	0.092
setiembre	2.722	0.048	2.852	0.096	2.787	0.099
octubre	2.729	0.051	2.872	0.070	2.801	0.095
noviembre	2.908	0.072	2.969	0.054	2.939	0.068
diciembre	2.963	0.065	2.998	0.051	2.981	0.058

Cuadro 3.3: Ciclos anuales de turbidez de Linke de las regiones Norte, Sur y todo el territorio (total), y sus desviaciones estándar para cada región.

$$T_L = 1,8494 + 0,2425 w - 0,0203 w^2 + \beta (15,427 + 0,3153 w - 0,0254 w^2), \quad (3.29)$$

$$T_L = 3,91 \times \text{AOD}_{550} \times e^{0,689/P_c} + 0,376 \log w + 2 + \frac{0,54}{P_c} - \frac{0,5}{P_c^2} + \frac{0,16}{P_c^3}. \quad (3.30)$$

Estas expresiones pueden utilizarse cuando no existe información local específica sobre los valores de  $T_L$ .

#### 3.3.2. Modelos de Cielo Claro

Un modelo de Cielo Claro (CC) que nos permite estimar la irradiancia en superficie cuando no hay nubes. A través de la discusión anterior relativa a la transmitancia atmosférica promedio para irradiancia directa, que resulta en la Ec. (3.27), hemos realizado gran parte del trabajo necesario para obtener, por ejemplo, la GHI o  $G_{hc}$  para cielo claro. En efecto,

$$G_{hc} = G_{bc} \cos \theta_z + G_{dhc}, \quad (3.31)$$

por tanto, necesitamos estimar la componente difusa de la radiación global en condiciones CC,  $G_{dhc}$ . No es necesaria una gran precisión en esta esti-

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

mación, porque bajo condiciones de cielo despejado la irradiancia difusa es menos del 20 % de la global. Sin embargo, el problema de estimar la radiación difusa no es sencillo, aún para un cielo sin nubes. Se trata de procesos de dispersión múltiples en una atmósfera no homogénea, con dependencias direccionales y espectrales complicadas. Es posible realizar un tratamiento analítico simplificado de este problema utilizando el modelo conocido como *modelo de dos flujos*, pero el resultado tiene varios parámetros ajustables y el tratamiento detallado [Wei92] es muy extenso para considerarlo aquí. Los diferentes modelos usan distintos enfoques fenomenológicos para estimar la componente difusa.

En términos generales, estimar la radiación solar en condiciones de CC a partir de un modelado analítico presenta varias dificultades. La principal dificultad está asociada a poder conocer con baja incertidumbre el estado de la atmósfera en forma detallada, como requiere por ejemplo la Ec. (3.13). La información requerida para tal expresión, como la concentración de gases atmosféricos, el contenido de vapor de agua, el tipo y concentración de aerosoles, la interacción entre ellos, su variación con la altura, etc., no se puede medir en forma directa a las capacidades técnicas actuales con la suficiente resolución espacial (considerando las dimensiones  $x$ ,  $y$  y  $z$ ) y temporal (algunas actualizaciones por día). Por tanto, estas magnitudes o algunas de sus propiedades se derivan a través de mediciones indirectas realizadas por satélites en órbita, cada uno con sus particularidades y limitaciones, o a través de modelos numéricos alimentados con algunas medidas de tierra puntuales registradas en sitios específicos. Ambos enfoques introducen una incertidumbre no despreciable en la estimación de las variables atmosféricas relevantes. Por tanto, los modelos de CC existentes simplifican la Ec. (3.13) y buscan utilizar la información que sí es posible de obtener. Se podría pensar, a priori, que un modelo que incorpora más variables de entrada obtiene por tanto una estimación más precisa. Esto no necesariamente es así, y frecuentemente es una presunción incorrecta, dado que la información atmosférica de entrada no siempre está disponible con la extensión y calidad adecuadas. La incertidumbre de la información de entrada varía según el clima y región, y en general no es reportada y no es de fácil caracterización. Estos aspectos afectan seriamente la precisión de los modelos de CC y son un factor determinante a tener en cuenta a la hora de elegir el más conveniente.

En literatura existen decenas de modelos de cielo claro. Dentro de los más precisos, se destacan los modelos simples ESRA [RBW00] y KIP [IP02], ambos basados en  $T_L$ . Entre los más complejos se destacan el modelo REST2 [Gue08] y McClear [LOB<sup>+</sup>13]. En estas notas presentaremos en detalle el modelo ESRA y discutiremos brevemente el KIP y REST2, y mostraremos validaciones internacionales y locales de los modelos anteriormente mencio-

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

nados.

#### Modelo ESRA

El modelo ESRA [RBW00] fue desarrollado en el marco del *European Solar Radiation Atlas* para ser utilizado junto con imágenes satelitales Meteosat como parte del método Heliosat-2 para estimar radiación solar para toda condición de cielo. La estimación para toda condición de cielo de describe con mayor detalle en el Capítulo 6, por lo que aquí describiremos sólo su modelo de CC. ESRA estima analíticamente DNI y DHI, y calcula GHI utilizando la ecuación de clausura, Ec. (3.31). El único parámetro que utiliza el modelo para capturar el estado de la atmósfera es  $T_L$  para una masa de aire igual a 2. El modelo cuenta con correcciones posteriores propuestas por [RWL<sup>+</sup>03] para corregir los efectos de la altura del observador. Estas no son relevantes para nuestra región cuya altura sobre el nivel del mar no excede los 500 m, pero deben tenerse en cuenta para trabajar en ubicaciones con alturas de 1000 m o superiores.

La irradiancia directa en incidencia normal se estima a partir de un modelo de atenuación de base física. Esta base está dada por la Ec. (3.27) con el espesor óptico de Rayleigh dado por la Ec. (3.28). Observe que, en esencia, se trata de una atenuación de Rayleigh multiplicada por el parámetro adimensionalizado  $T_L$ , lo cual justifica la interpretación de  $T_L$  como el número de atmósfera limpias y secas (o sea, de Rayleigh) que producen la atenuación de la atmósfera real. La irradiancia difusa en un plano horizontal se parametriza como el producto de la radiación que llega al tope de la atmósfera con un factor de transmitancia difusa  $T_z(T_L)$  en el camino vertical ( $\theta_z = 0$ ) y un modificador angular de difusa,  $F_d(\theta_z, T_L)$ , ambos parametrizados en función de  $T_L$  [RBW00], según,

$$G_{dh}^{\text{ESRA}} = G_s F_n \times T_z(\hat{T}_L) \times F_d(\theta_z, \hat{T}_L). \quad (3.32)$$

El factor de transmitancia difusa vertical es una función cuadrática de  $\hat{T}_L$ <sup>14</sup>,

$$T_z(\hat{T}_L) = -1,5843 \times 10^{-2} + 3,0543 \times 10^{-2} \hat{T}_L + 3,797 \times 10^{-4} \hat{T}_L^2. \quad (3.33)$$

El modificador angular también es cuadrático, pero en  $\cos \theta_z$ , según,

$$F_d(\theta_z, \hat{T}_L) = A_0(\hat{T}_L) + A_1(\hat{T}_L) \cos \theta_z + A_2(\hat{T}_L) \cos^2 \theta_z, \quad (3.34)$$

---

<sup>14</sup>En el modelo original, presentado en [RBW00], las fórmulas se refieren a un  $\hat{T}_L$  que difiere al presentado aquí en una constante multiplicativa, verificándose  $\hat{T}_L = T_L/0,8665$

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

con coeficientes  $A_i$  que dependen cuadráticamente del parámetro  $\hat{T}_L$  [RBW00],

$$\begin{aligned} A_0(\hat{T}_L) &= 2,6463 \times 10^{-1} - 6,1581 \times 10^{-2} \hat{T}_L + 3,1408 \times 10^{-3} \hat{T}_L^2, \\ A_1(\hat{T}_L) &= 2,0402 + 1,8945 \times 10^{-2} \hat{T}_L - 1,1161 \times 10^{-2} \hat{T}_L^2, \\ A_2(\hat{T}_L) &= 1,3025 + 3,9231 \times 10^{-2} \hat{T}_L + 8,5079 \times 10^{-3} \hat{T}_L^2. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Si bien estas expresiones han sido parametrizadas utilizando datos del Hemisferio Norte, proveen resultados adecuados en nuestra región de interés y no se justifica su adaptación local. La componente difusa en condiciones de cielo despejado esta entre el 10 y el 20 % de la global, por lo cual los errores en  $G_{dnc}$  inciden menos en el resultado de  $G_{hc}$  que los errores en  $G_{bc}$ . Dada su simplicidad y el hecho de que puede ser bastante preciso si el parámetro  $T_L$  es adecuado y permite trabajar con buena resolución temporal [Gue12], el modelo ESRA es una opción frecuente para modelar la irradiancia solar global sobre plano horizontal o irradiación a intervalos horarios o sub-horarios<sup>15</sup>.

#### Modelo KIP

Este modelo se debe al trabajo de Kasten, Inechien y Perez a lo largo de varios años. El modelo final mejorado es referido aquí como KIP. Kasten propuso en 1984 un modelo para estimar DNI en condiciones de cielo claro basado en el factor de turbidez de Linke [Kas84]. En [IP02] Inechien y Perez introducen en 2002 una corrección a través de dos parámetros dependientes de la altitud del observador ( $a_1, a_2$ ). El modelo corregido incluye una expresión corregida para DNI,

$$G_{bc}^{KIP} = b G_s F_n e^{-0,09 m (T_L - 1)}, \quad (3.36)$$

y una nueva expresión para estimar GHI,

$$G_{hc}^{KIP} = a_1 G_s F_n \cos \theta_z e^{-a_2 m [f_{h1} + g_{h2} (T_L - 1)]}. \quad (3.37)$$

Los parámetros  $f_{h1}$ ,  $f_{h2}$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $b$  dependen de la altura sobre el nivel del mar,  $z$  (en metros),

$$\begin{aligned} f_{h1} &= \exp(-z/8000) \\ f_{h2} &= \exp(-z/1250) \\ b &= 0,664 + 0,163/f_{h1} \\ a_1 &= 5,09 \times 10^{-5} h + 0,8680 \\ a_2 &= 3,92 \times 10^{-5} h + 0,0387 \end{aligned} \quad (3.38)$$

---

<sup>15</sup>En este caso,  $m$  y  $\cos \theta_z$  deben calcularse en el centro del intervalo temporal.

#### Modelo REST2

El modelo REST2 [Gue08]<sup>16</sup>, es de base física y está considerado como uno de los más precisos. Está diseñado para estimar la radiación solar de banda ancha en superficie bajo cielo despejado, radiación PAR (la banda fotosintéticamente activa) e iluminancia, y está basado en parametrizaciones usadas en el modelo espectral SMARTS2 [Gue18].

REST2 separa el espectro solar en dos regiones espectrales con características diferentes (vea la Fig. 3.5):

- I) 290 - 700 nm (UV+VIS, aprox. el 48 % de la energía solar TOA),
- II) 700 - 4000 nm (NIR, aprox. el 52 % de la energía solar TOA).

En la región (I), ultravioleta y visible, dominan los efectos de atenuación por aerosoles y dispersión por moléculas de aire (Rayleigh). En la región (II), infrarrojo cercano, es más relevante la atenuación por vapor de agua y otros gases residuales. El modelo admite 8 variables atmosféricas como entrada. Las variables más relevantes son el factor de turbidez de Angström,  $\beta$ , y vapor de agua precipitable,  $w$ . El exponente de Angström en cada banda ( $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ ), las reflectancias de la superficie, la cantidad de Ozono y el contenido de dióxido de Nitrógeno pueden tomar valores por defecto, en función de su disponibilidad, sin gran pérdida de precisión.

La irradiancia directa en incidencia normal se estima como un producto de transmitancias, del tipo de la Ec. (3.14), pero parametrizadas especialmente para cada región del espectro y para cada efecto: Rayleigh, gases atmosféricos de mezcla uniforme, contenido de Ozono, Nitrógeno, vapor de agua y aerosoles. La irradiancia difusa hemisférica supone la atmósfera organizada en dos capas: En la superior ocurre la dispersión de Rayleigh y la absorción por Ozono. En la inferior ocurre la interacción con los aerosoles, vapor de agua y otros gases residuales. A su vez, las diferentes transmitancias en esta capa se evalúan como las de la componente directa, pero con una masa de aire constante  $m = 1,66$ . En cada sub-banda se estima la irradiancia difusa sobre una superficie opaca no reflectiva y luego se le suma el efecto entre las múltiples reflexiones de la radiación entre la superficie y la atmósfera. Esta contribución es pequeña (menos del 10 % del total) pero puede ser significativa en regiones de gran albedo como las cubiertas por nieve o arena. Por más detalles sobre este modelo, consultar [Gue08] o el sitio web indicado antes.

---

<sup>16</sup>En <https://solarconsultingservices.com/rest2.php> hay material libremente accesible sobre el modelo REST2, incluyendo ejemplos y un ejecutable para Windows.

#### Modelo McClear

El modelo de cielo claro McClear [LOB<sup>+</sup>13] replica los resultados del modelo de transferencia radiativa Libradtran [MK05] basándose en tablas de referencia (o ábacos, look-up tables) y técnicas de interpolación. El modelo físico Libradtran computa GHI y DNI utilizando información sobre aerosoles, columna de agua precipitable y Ozono, obtenida de la base CAMS<sup>17</sup>, y estimaciones diarias del albedo terrestre obtenidas por el instrumento satelital MODIS. El uso de modelos de transferencia radiativa es intensivo en cómputo, no pudiendo utilizarse en tiempo real (en forma operativa). El modelo McClear, al basarse en tablas de referencia, puede utilizarse operativamente (a tiempo casi real) sobre grandes áreas de la superficie terrestre dado a que se reduce el costo computacional del modelo de transferencia radiante en un factor de  $10^5$  [LOB<sup>+</sup>13]. El modelo funciona como caja negra para el usuario, siendo inviable su implementación. Sin embargo sus estimativos, de cobertura global, están disponibles a través del portal SODA<sup>18</sup>. La información atmosférica de entrada utilizada por el modelo tiene frecuencia tri-horaria, con resolución espacial de 50-150 km. Utilizando interpolaciones espaciales y temporales, el sitio web provee estimativos de radiación solar en la superficie para cualquier ubicación con resolución temporal de hasta 1 minuto.

#### Desempeño característico

La composición típica de la atmósfera, el clima local, la altura sobre el nivel del mar, la reflectividad del suelo, son todos factores locales que afectan la irradiación solar en superficie. Por esto, un modelo puede ser muy bueno en un lugar y no tanto en otro. Existe gran cantidad de evaluaciones de modelos de cielo para diferentes partes del mundo. Sin embargo, dado que la calidad de los datos atmosféricos de entrada y las tendencias climáticas son dependientes de la ubicación, la elección del más adecuado para una región dada debe llevarse a cabo localmente.

Los indicadores de desempeño utilizados son tres y se definen a continuación. Estos indicadores son los aceptados en el área, no sólo para evaluar modelos de cielo claro, sino para evaluar cualquier tipo de modelo, por ejemplo, las estimaciones bajo toda condición de cielo. Si contamos con  $N$  pares de medidas ( $y_i$ ) y estimativos de un modelo ( $\hat{y}_i$ ), entonces los residuos  $e_i = \hat{y}_i - y_i$  permiten definir tres indicadores:

---

<sup>17</sup>Copernicus Atmospheric Monitoring Service <https://atmosphere.copernicus.eu/>.

<sup>18</sup>Solar radiation and meteorological DAta services, <http://www.soda-pro.com/>.

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

---

$$\begin{aligned}\text{MBD} &= \frac{1}{N} \sum_i^N e_i \\ \text{RMSD} &= \left[ \frac{1}{N} \sum_i^N e_i^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ \text{MAD} &= \sum_i^N |e_i|.\end{aligned}\tag{3.39}$$

donde MBD es el desvío promedio (o sesgo), RMSD el desvío cuadrático medio y MAD el desvío medio absoluto. Estos indicadores tienen las unidades de  $y_i$  ( $\text{W}/\text{m}^2$  en el caso de la irradiancia), pero es conveniente expresarlos en términos relativos (rRMD, rRMSD y rMAD) como porcentaje de la media de las medidas  $\langle y_i \rangle$ . Esto permite comparar en forma más directa la magnitud de los desvíos en climas y regiones distintas, lo que sería imposible utilizando indicadores absolutos.

En el Cuadro 3.4 se resumen cuatro estudios internacionales de validación a nivel horario de modelos de CC para GHI y DNI, y en el Cuadro 3.5 se presentan los correspondientes indicadores de desempeño para los cuatro modelos mencionados. Para GHI puede verse que los rRMSD están por debajo del 10% de la media de las medidas en todos los casos, pero hay bastante variabilidad para un mismo modelo. Por ejemplo, para ESRA los diferentes estudios obtienen indicadores de rRMSD entre 3% y 8%. Los mejores modelos pueden modelar GHI con rRMSD de 3%. También puede verse que los indicadores para DNI son sistemáticamente mayores que para GHI. La radiación directa es una variable que se mide con mucha precisión, pero es relativamente difícil modelarla con poco error, ya que esto implica un conocimiento muy detallado del estado de la atmósfera en ese momento y lugar. Los mejores modelos pueden modelar DNI con rRMSD entre 1 y 2%, si se cuenta con información atmosférica detallada y de muy buena calidad, lo cual es excepcional.

Algunos de los mejores modelos han sido recientemente validados para Uruguay en [LA17]. Allí, y en estudios más recientes aún no publicados, se realizaron las primeras validaciones locales para algunos modelos seleccionados utilizando datos de DNI y GHI. El modelo ESRA se evalúa con diferentes ciclos de  $T_L$  como entrada. Por brevedad, aquí se muestran sólo dos: el hallado específicamente para cada sitio (local) y el promedio regional Norte o Sur. En su formulación, el modelo KIP se basa en una definición empírica de  $T_L$  y en la validación se ha ajustado por medio de un ajuste lineal (adaptación

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

Código	Referencia	# sitios	# modelos	escala temporal	información atmosférica	área de estudio	modelos recomendados
<b>G12</b>	[Gue12]	5	18	1-3min	AERONET	EUA y Arabia Saudita	REST2.
<b>E15</b>	[EM15]	14	9	1min	valores mensuales de SoDA	Australia	REST2, ESRA.
<b>I16</b>	[Ine16]	22	7	1h	CAMS	Europa, África e Israel	McClear, REST2.
<b>A19</b>	[ATUP+19]	2	70	1min	AERONET	Holanda, Francia	ESRA, KIP, REST2, McClear y otros.

Cuadro 3.4: Algunos trabajos de validación de modelos de cielo claro.

código	métricas	ESRA		KIP		REST2		McClear	
		GHI	DNI	GHI	DNI	GHI	DNI	GHI	DNI
<b>G12</b>	rMBD (%)	3.1	3.8	–	–	-0.2	-0.3	–	–
	rRMSD (%)	4.5	5.6	–	–	1.5	1.4	–	–
<b>E15</b>	rMBD (%)	4.6	-0.3	-2.0	-6.0	0.3	-0.3	–	–
	rRMSD (%)	5.7	6.4	4.8	7.8	5.1	6.2	–	–
<b>I16</b>	rMBD (%)	-7.1	-15.7	–	–	-4.5	-15.8	2.9	-0.7
	rRMSD (%)	8.1	16.6	–	–	5.4	16.6	3.4	4.1
<b>A19</b>	rMBD (%)	0.8	1.6	-0.8	-2.8	-0.4	-0.3	1.6	+3.3
	rRMSD (%)	2.9	8.0	2.7	7.9	3.1	7.9	2.9	9.4

Cuadro 3.5: Métricas promedio (en %) reportadas por estudios de validación recientes para los modelos discutidos en estas notas.

local) para reducir el sesgo. El modelo REST2 se alimenta con información atmosférica de la base de reanálisis MERRA-2<sup>19</sup>, mientras que los estimativos de McClear son obtenidos directamente del portal web de CAMS. Por lo que ni REST2 ni McClear, que son los modelos más sofisticados, reciben una adaptación local. La Fig. 3.12 muestra algunos de estos modelos comparados con datos de tierra de GHI (en el Laboratorio de Energía Solar en Salto) para tres días mayormente claros. Se puede apreciar a simple vista que las diferencias son pequeñas en todos los casos (cuando la medida es de cielo claro).

<sup>19</sup>El reanálisis es una aproximación sistemática que asimila observaciones de variables meteorológicas a modelos numéricos de modo de obtener conjuntos físicamente consistentes de información para el monitoreo del sistema climático e investigación. La base de la NASA MERRA-2 [GMS+17] provee información horaria para el período 1980-actualidad en todo el globo.

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

Para validar los modelos se comparan los estimativos con medidas horarias en condiciones de cielo claro. Los estimativos de irradiación se calculan en el punto medio de la hora y se expresan en  $\text{Wh}/\text{m}^2$ . Para GHI se utilizan las estaciones de la Red de Medidas Continua de Irradiancia Solar (RMCIS) que administra el LES. Para DNI se utilizan las estaciones LE, LU (Gersolar, Universidad de Luján, Argentina) y SM (São Martinho da Serra, Rio Grande do Sul, Brasil) que miden DNI directamente usando seguidores solares de precisión. Para seleccionar las mediciones asociadas a cielo claro, se aplican algoritmos específicos de selección de horas claras. En el caso de GHI se aplica un procedimiento automatizado similar al propuesto por Remund en [RWL<sup>+</sup>03], donde se imponen criterios sucesivos basados en valores mínimos admitidos para variables como el índice de claridad,  $k_t$ <sup>20</sup> y otras. En el caso de DNI, el algoritmo de selección de horas claras impone valores umbrales a los acumulados diarios de DNI y requiere una posterior revisión visual debido a la gran variabilidad de la componente directa. Luego de obtener una serie de mediciones de cielo claro se comparan con los estimativos de los modelos con las medidas, y se calculan los indicadores de desempeño.

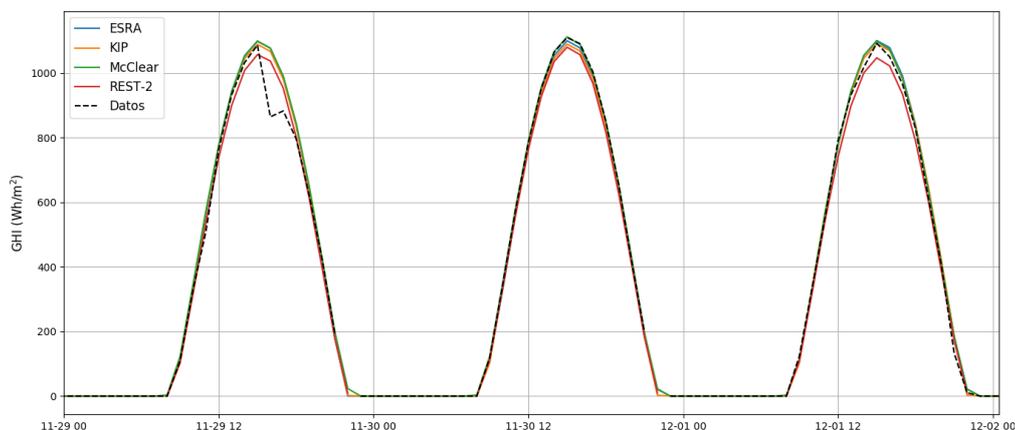


Figura 3.12: Estimativos de cuatro modelos de cielo claro y datos horarios de GHI basados en medidas minutales registradas en Salto (Laboratorio de Energía Solar).

Los resultados para GHI se muestran en el Cuadro 3.6 y en los gráficos de dispersión de la Fig. 3.13 (izquierda). Las dos variantes del modelo ESRA tienen un desempeño similar, lo que sugiere adecuado el uso de un ciclo  $T_L$  para el Sur del Río Negro y otro para el Norte del Río Negro<sup>21</sup>. Este modelo

<sup>20</sup>La variable  $k_t$  se le introduce una modificación según [PISZ90] para remover su dependencia con la altura solar.

<sup>21</sup>El uso de un ciclo único de  $T_L$  para toda la región muestra una precisión apenas

### 3.3. Radiación solar bajo cielo despejado

reproduce GHI para cielo claro con rRMSD de 3% (y sesgo despreciable) lo cual es similar a la incertidumbre en las medidas. El modelo KIP (con adaptación local) presenta un indicador ligeramente mejor de 2,8%. El modelo REST2, considerado uno de los mejores modelos, tiene un buen desempeño (3,6%) pero es el que reporta peor desempeño local (sin ajuste local). Esto se debe probablemente a la calidad de los datos de entrada utilizados, que en este caso se obtienen de la base MERRA-2 y presentan una incertidumbre considerable y un sistemático sesgo positivo. Teniendo en cuenta simplicidad y precisión, el modelo ESRA con los ciclos  $T_L$  para el Sur y Norte del territorio es la mejor opción para cálculos de ingeniería en la región.

Para el modelado de DNI, los resultados disponibles para Uruguay se muestran en el Cuadro 3.7 y en la Fig. 3.13 (derecha). Entre las variantes ESRA se utilizan los ciclos de  $T_L$  obtenido localmente ( $T_L$  local) y el ciclo único para todo el territorio ( $T_L$  único). También se ensaya una tercera opción,  $T_L$  de DNI, que surge de determinar un ciclo anual de  $T_L$  a partir de medidas de DNI en cielo claro. Para ello se despeja la turbidez de la Ec. 3.27 y se hallan las medias mensuales. Estos tres primeros modelos se basan en ciclos anuales por lo que no captan la variabilidad intra-mes de DNI. También se implementa el modelo REST2 basado en información MERRA-2 y McClear. Las dos primeras versiones de ESRA muestran un gran sesgo negativo que implica rRMSD de mas de 8,5%. El rRMSD con  $T_L$  ajustado presenta los mejores resultados, lo cual resulta esperable por la adaptación local del ciclo. Sin embargo este enfoque sólo es posible en locaciones donde existan mediciones de DNI. Por otro lado el REST2 y McClear, basados en información atmosférica intra-diaria tienen sesgos negativos y rRMSD menores al 6,5%. Se recomienda el uso del modelo REST2 para su uso en el territorio por tener buena precisión y ser implementable en cualquier emplazamiento dada la accesibilidad y gran cobertura espacial de la base MERRA-2.

métricas	ESRA	ESRA	KIP	REST2	McClear
	$T_L$ local	$T_L$ Sur/Norte	$T_L$ adaptado	MERRA-2	CAMS
rMBD(%)	-0.2	-0.1	-0.1	-0.3	1.4
rRMS(%)	2.9	3.0	2.8	3.6	3.0
rMAD(%)	2.3	2.3	2.2	2.9	2.3
	# datos: 4248 por estación		$\langle G_{hc} \rangle = 626 \text{ Wh/m}^2$		

Cuadro 3.6: Validación en Uruguay de estimativos de GHI de modelos de cielo claro. Se muestran los promedios de las métricas sobre las 10 estaciones [LA17]. En la última fila se muestra el número de datos horarios utilizado en promedio y su media en  $\text{Wh/m}^2$ .

inferior, y también es una opción válida.

### 3.4. Separación directa-difusa

métricas	ESRA ( $T_L$ local)	ESRA ( $T_L$ único)	ESRA ( $T_L$ de DNI)	REST2 (MERRA-2)	MCClear (CAMS)
rMBD( %)	-6.1	-6.1	-0.4	-1.7	-0.2
rRMS( %)	8.7	8.6	5.4	6.0	6.4
rMAD( %)	7.2	7.1	4.1	4.8	5.0
	# datos: 831 por estación			$\langle G_{bc} \rangle = 836 \text{ Wh/m}^2$	

Cuadro 3.7: Validación en Uruguay de estimativos de DNI de modelos de cielo claro [LA17]. Se muestran los promedios de las métricas sobre las 3 estaciones. Debajo de cada modelo se indica el origen de la información de entrada utilizada. En la última fila se muestra el número de datos horarios utilizado en promedio y su media en  $\text{Wh/m}^2$ .

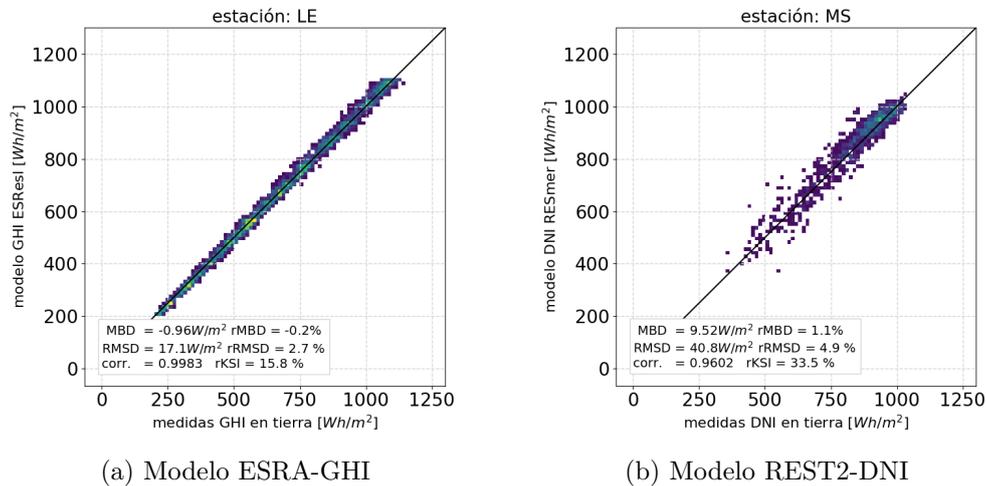


Figura 3.13: Gráficas de dispersión para modelos seleccionados de GHI y DNI. Observe la mayor dispersión en el modelado de DNI.

## 3.4. Separación de radiación en sus componentes directa y difusa

Como vimos, una parte de la radiación solar incidente sufre procesos de dispersión (principalmente de tipo Rayleigh) en la atmósfera. Una parte de esta radiación es dispersada hacia el espacio, contribuyendo al albedo terrestre. Otra parte es dispersada hacia la superficie terrestre, pero será absorbida por otros componentes de la atmósfera (vapor de agua, Ozono, etc). Luego de todas estas interacciones, una parte de la radiación incidente llegará al observador después de múltiples procesos de dispersión. Esta parte, que llega desde todas las direcciones de la bóveda celeste, es la *radiación*

*difusa.*

Modelar el detalle de los procesos de dispersión múltiple que dependen de la longitud de onda, de la nubosidad, del ángulo de incidencia, del contenido de aerosoles y agua precipitable en la atmósfera, es algo muy complejo y computacionalmente demandante. Por otra parte, las medidas de radiación difusa requieren partes móviles o ajustes periódicos, y por lo tanto no son tan comunes como las medidas de irradiación global horizontal. En estos casos, frecuentemente es necesario separar ambas componentes de la radiación global porque, como veremos, los modelos usados para estimar la irradiancia global sobre un plano inclinado de orientación arbitraria, tratan en forma diferente a las componentes directa y difusa. Además, la separación proporciona una estimación de la irradiancia directa en incidencia normal (DNI) a través de la ecuación de clausura, Ec. (3.20), que es el recurso relevante para aplicaciones que involucran concentración solar. Las medidas de DNI son aún más escasas que las de radiación difusa, ya que requieren un equipo de seguimiento solar de precisión. Finalmente, en aplicaciones como el modelado térmico de edificios o el diseño solar pasivo en arquitectura, se requiere estimar la componente difusa de la radiación solar.

En esta Sección expondremos algunos modelos de separación de las componentes directa y difusa de la irradiación solar horaria (o sub-horaria), diaria y mensual. Los modelos que se expondrán aquí son del tipo fenomenológico y estadísticos, y permiten estimar la irradiancia difusa a partir de conocer la irradiancia global horizontal. En el Capítulo 4, discutimos los modelos de transporte que complementan estos modelos de separación y permiten estimar la irradiación (directa o difusa) sobre una superficie de orientación e inclinación arbitrarias. En ambos casos, la composición típica de la atmósfera local determina cuáles son los modelos que mejor se adaptan a una región determinada.

#### 3.4.1. Fracción difusa

El primer paso es trabajar con variables normalizadas, lo cual permite eliminar en parte la información determinista asociada a variaciones diarias, geográficas y estacionales. En la Sección 3.2.2, ya se introdujeron tres variables normalizadas: el índice de claridad  $k_t$ , la razón difusa  $k_d$  y la transmitancia directa  $\tau_b$ . En esta Sección trabajaremos con la *fracción difusa*, que es simplemente la fracción de la radiación global incidente que llega en forma difusa. Puede definirse sobre cualquier superficie, pero por lo general refiere al plano horizontal.

Comenzamos definiendo la *fracción difusa instantánea* como la razón de la irradiancia difusa y la global horizontal,

### 3.4. Separación directa-difusa

---

$$f'_d \equiv \frac{G_{dh}}{G_h} \quad (3.40)$$

donde  $G_h = G_{bh} + G_{dh}$  es la irradiancia global sobre plano horizontal, y  $G_{bh}, G_{dh}$  son sus componentes directa y difusa respectivamente. Se define también la correspondiente *fracción difusa horaria*,

$$f_d \equiv \frac{I_{dh}}{I_h} \quad (3.41)$$

donde  $I_{dh}$  es irradiación difusa horaria sobre plano horizontal, y la **fracción difusa diaria**,

$$F_d \equiv \frac{H_{dh}}{H_h} \quad (3.42)$$

donde  $H_{dh}$  es irradiación difusa diaria sobre plano horizontal. Finalmente, también es de utilidad la *fracción difusa diaria promedio*<sup>22</sup> del mes  $m$ ,

$$\bar{F}_d \equiv \frac{\bar{H}_{dh}}{\bar{H}_h} \quad (3.43)$$

donde  $\bar{H}_{dh}$  ( $\bar{H}_h$ ) es el promedio de los valores diarios de irradiación difusa (global) diaria para el mes. Como ya mencionamos, pueden definirse fracciones difusas sobre una superficie inclinada en forma completamente análoga.

Un conjunto de medidas de irradiación global y difusa, una vez normalizado, puede representarse en términos de la fracción difusa  $f_d$  y el índice de claridad  $k_t$  en un cuadrado de lado 1 y tiene el aspecto general mostrado en la Fig. 3.14 (izquierda). Si bien el valor máximo físicamente posible de  $f_d$  es 1 (si no hay radiación directa, la componente difusa y global son iguales), el truncamiento superior de la Fig. 3.14(b) se realiza en  $f_d \gtrsim 1,05$ , para dar cabida a la incertidumbre experimental asociada a las medidas de  $I_h$  y  $I_{dh}$ . Valores altos del índice de claridad ( $k_t \gtrsim 0,6$ ) corresponden a condiciones de cielo mayormente despejado en las cuales  $f_d$  tiene a ser baja. Observe que  $f_d$  nunca llega ser cero, sino que tiene un valor mínimo bien definido en torno a 0,10. Incluso en las condiciones de cielo más claro, hay un 10 % de atenuación debida a principalmente a la dispersión Rayleigh, que contribuye a la difusa. En el otro extremo, para  $k_t \lesssim 0,3$ , se dan las condiciones de cielo mayormente cubierto de nubes. En este caso,  $f_d$  adopta valores altos mayores a 0,85. La situación intermedia,  $0,3 \lesssim k_t \lesssim 0,6$  corresponde a condiciones de nubosidad parcial en las cuales  $f_d$  puede tener valores entre 0,2 y 1. Como muestra

---

<sup>22</sup>Observe que pese al nombre, la fracción difusa promedio del mes, no coincide con la media de las fracciones difusas diarias de ese mes.

### 3.4. Separación directa-difusa

---

el histograma de la Fig. 3.14 (derecha), esta es una situación frecuente en nuestro clima y es la más difícil de modelar.

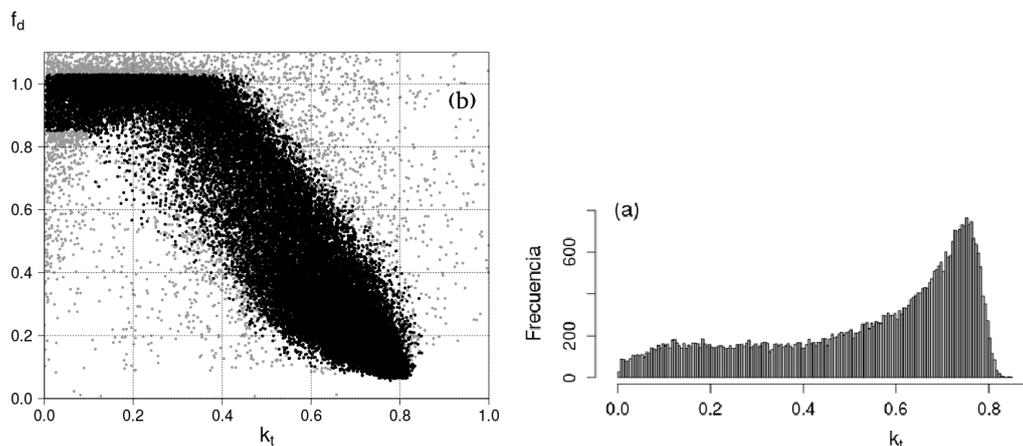


Figura 3.14: Izquierda: Se muestran en el plano  $k_t$ - $f_d$  en gris los datos originales (48736 horas) y en negro los 40995 pares que superan un filtrado de calidad estricto, tal como se describe en [AAASL18]. Derecha: Histograma en  $k_t$  de los 40995 datos horarios filtrados de índice de claridad (basados en medidas minutales tomadas en cinco estaciones de Uruguay y la región).

La idea básica es usar medidas de fracción difusa como las mostrados en la Fig. 3.14 (izquierda) para obtener una dependencia característica de  $f_d$  con el índice de claridad y, eventualmente, otras variables relevantes que sean de utilidad como predictores de  $f_d$ . Sin embargo, la facilidad de uso decrece con el número de variables involucradas y los beneficios obtenidos al agregar muchas variables suelen ser marginales. Este tipo de modelos se conoce genéricamente como *modelos de separación* de las componentes directa y difusa de la radiación global.

Estas correlaciones se obtienen a partir de un conjunto de datos de  $I_{dh}$  vs.  $I_h$  para diversas ubicaciones y existen muchos trabajos analizando el desempeño de este tipo de modelos en diferentes ubicaciones a nivel mundial. Una síntesis reciente es el trabajo de Gueymard y Ruiz Arias [GRA16], que incluye unos 100 modelos analizados a escala minutal para varias zonas climáticas del globo. Sin embargo, este trabajo no considera modelos localmente ajustados y utiliza modelos que fueron desarrollados a escala horaria a escala minutal. Luego de un procedimiento de filtrado y consistencia que no describiremos aquí, se obtiene un conjunto de datos normalizados  $f_d$  vs  $k_t$ . Es importante destacar que todos estos modelos intentan estimar un *valor típico* de la fracción difusa para unas condiciones dadas. Una medida de  $f_d$  en un momento concreto puede no ajustarse bien a la predicción. Por ejemplo, un valor de

### 3.4. Separación directa-difusa

---

$k_t = 0,5$  puede resultar de una hora con una nubosidad tenue (alto  $f_d$ ) o de una hora clara, con algunos minutos de nubosidad oscura (bajo  $f_d$ ). Como se muestra en la Fig. 3.14(b),  $f_d$  puede variar entre 0,15 y 0,75 para este valor de  $k_t$ . En términos generales es difícil saber cual es la incertidumbre asociada a una correlación dada, sin realizar una evaluación local con medidas de buena calidad.

Dado que la fracción difusa depende de las particularidades de un clima dado, no existe un modelo universal y es necesario tomar localmente largas series de medidas de irradiancia global y difusa para contrastar el desempeño de las diferentes correlaciones contra los datos reales. Debe tenerse presente que el error en que se incurra con la separación directa-difusa se trasladará a la estimación de irradiación solar en plano inclinado y –eventualmente– impactará en la incertidumbre de la producción energética estimada anual de una planta fotovoltaica, por ejemplo. A nivel local, se culminó en 2018 un trabajo de análisis de 10 modelos de separación evaluados contra datos registrados en el Uruguay y la región cercana [AAASL18]. Los resultados presentados en esta Sección para Uruguay y la región vecina (Sur de Brasil, y litoral argentino del Rio de la Plata y Rio Uruguay) son un resumen de los contenidos en este trabajo, donde los diez modelos se analizaron tanto en su forma original como con coeficientes ajustados localmente. A efectos de mantener la independencia estadística del ajuste y evaluación de modelos, se utiliza un procedimiento estándar de muestreo aleatorio conocido como validación cruzada para definir conjuntos de datos separados para cada objetivo (el ajuste y la validación). Para determinar la mejor herramienta y estimar su incertidumbre asociada, utilizamos los indicadores estadísticos ya definidos en las Ecs. (3.39). En lo que sigue, consideramos modelos propuestos para estimar fracción difusa a escala horaria (Subsección 3.4.2) y diaria/mensual (Subsección 3.4.3), y los comparamos con los datos locales de la Fig. 3.14.

#### 3.4.2. Modelos de separación a escala horaria

Estos modelos han sido desarrollados para uso en escala horaria pero pueden ser usados razonablemente a escalas sub-horarias.

- ▷ **Erbs, Klein and Duffie (EKD)**, Ref. [EKD82]: Parametrización polinómica en intervalos de  $k_t$ ,

$$f_d = \begin{cases} 1,0 - 0,09 k_t & k_t \leq 0,22 \\ 0,9511 - 0,1604 k_t + 4,388 k_t^2 & 0,22 < k_t \leq 0,80 \\ -16,638 k_t^3 + 12,336 k_t^4 & \\ 0,165 & k_t > 0,80. \end{cases} \quad (3.44)$$

### 3.4. Separación directa-difusa

---

Incluimos este modelo por su simplicidad, importancia histórica y desempeño aceptable. Los coeficientes de la ecuación anterior son los genéricos. Se pueden consultar los coeficientes ajustados para Uruguay en [AAASL18].

- ▷ **Ruiz-Arias et al.**, [RAATPPV10]: función doble exponencial (Gompertz) con uno y dos predictores,

$$\begin{aligned}
 \text{(RA1)} \quad f_d &= a_0 + a_1 \exp[-\exp(a_2 + a_3 k_t)] \\
 \text{(RA2s)} \quad f_d &= a_0 + a_1 \exp[-\exp(a_2 + a_3 k_t + a_4 m)] \\
 \text{(RA2)} \quad f_d &= a_0 + a_1 \exp[-\exp(a_2 + a_3 k_t + a_4 m \\
 &\quad + a_5 k_t^2 + a_6 m^2)],
 \end{aligned} \tag{3.45}$$

donde  $m$  es la masa de aire. El modelo tiene tres variantes con dependencia del exponente lineal o cuadrática en las variables. Los coeficientes originales se encuentran en [RAATPPV10], y fueron estimados a partir de 20-30 años de datos de alta calidad en 21 sitios de EEUU y Europa. Estos coeficientes (originales) se indican en la parte superior del Cuadro 3.8. En la parte inferior del Cuadro se indican los coeficientes ajustados localmente para la región en [AAASL18].

modelo	tipo	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
RA1	original	0.95	-1.04	2.30	-4.70	-	-	-
RA2s	original	0.98	-1.02	2.88	-5.59	-0.11	-	-
RA2	original	0.94	-1.54	2.81	-5.76	2.28	-0.13	0.01
RA1	local	0.97	-1.01	3.07	-6.17	-	-	-
RA2s	local	0.97	-1.11	3.38	-5.84	-0.13	-	-
RA2	local	0.98	-1.24	3.47	-5.71	0.32	-0.25	0.02

Cuadro 3.8: Coeficientes para los modelos RA de la Ec. (3.45). Las primeras tres filas muestran los coeficientes originales, basados en datos para el Hemisferio Norte de [RAATPPV10]. Las últimas tres filas muestran los coeficientes ajustados localmente para Uruguay en [AAASL18].

- ▷ **Ridley, Boland y Lauret (RBL)**, Ref. [RBL10]: Este modelo logístico es algo diferente de los anteriores. Este es el modelo de mejor desempeño a nivel local y, en general, a nivel mundial suele figurar entre los mejores. Su expresión está dada por la siguiente función logística:

$$f_d = \frac{1}{1 + \exp(a_0 + a_1 k_t + a_2 T_s + a_3 \alpha_s + a_4 K_t + a_5 \psi)}. \tag{3.46}$$

### 3.4. Separación directa-difusa

---

El modelo considera cuatro predictores adicionales a  $k_t$ :  $T_s$  es el tiempo solar aparente (en horas y fracción) en el punto medio del intervalo considerado,  $\alpha_s$  la altura solar en grados,  $K_T$  el índice de claridad diario y  $\psi$  un parámetro de persistencia definido como el promedio de los índices de claridad de la hora actual y las horas anterior y posterior. Es decir, para la hora  $j$ ,  $\psi(j) = \frac{1}{2} [(k_t(j-1) + k_t(j+1))]$  a menos en la primer y última hora del día, donde  $\psi(j) = k_t(j \pm 1)$ .

Usar información futura en el modelo (tanto en  $K_T$  como en la persistencia  $\psi$ ) implica que el mismo no puede usarse en tiempo real o para el día en curso (no se conoce  $K_T$  hasta el final del día). Sin embargo, muchas veces lo que se requiere es procesar una serie de datos anteriores de GHI y separarlos en sus componentes difusa y directa a posteriori y para esto, el modelo no presenta dificultades. Este modelo ha mostrado que es capaz de capturar tendencias diarias en los datos y ofrece un desempeño muy bueno en comparación con otros más simples. En el Cuadro 3.9 se indican los coeficientes originales y los ajustados localmente para Uruguay.

modelo	tipo	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
<b>RBL</b>	original	-5.38	6.63	0.01	-0.01	1.75	1.31
<b>RBL</b>	local	-5.60	7.63	0.01	-0.01	1.12	2.06

Cuadro 3.9: Coeficientes para el modelo RBL, Ec. (3.46), a escala horaria. La primer fila muestra los coeficientes originales [RBL10] y la segunda los ajustados localmente para Uruguay [AAASL18].

### Desempeño de los modelos a escala horaria

Los resultados de la comparación de estos modelos contra datos locales se resumen en el Cuadro 3.10. La Fig. 3.15 muestra la salida de los modelos para los datos de fracción difusa de la Fig. 3.14. Los modelos con coeficientes originales tienen rRMSD entre 21 y 24 % con sesgos de hasta 8 %. Entre estos, los mejores son los asociados a las funciones doble exponencial y logística (RA y RBL) y, de estos, el modelo RBL tiene el mejor desempeño en términos de rRMSD. Se puede estimar la fracción difusa en el territorio con rRMSD menor a 21 % con los modelos genéricos RA2s y RBL, pero con sesgos entre 3 y 7 %. Al ajustar localmente los modelos, se reducen significativamente los sesgos y se obtienen rRMSD entre 18 y 22 %, con sesgos del orden de  $\pm 1$  %. El modelo RBL con ajuste local es el mejor, con rRMSD de 18 % y sesgo del orden de 1 %. Sin embargo, dada su relativa simplicidad, su capacidad para ser usado en tiempo real y su buen desempeño, el modelo RA2s con

### 3.4. Separación directa-difusa

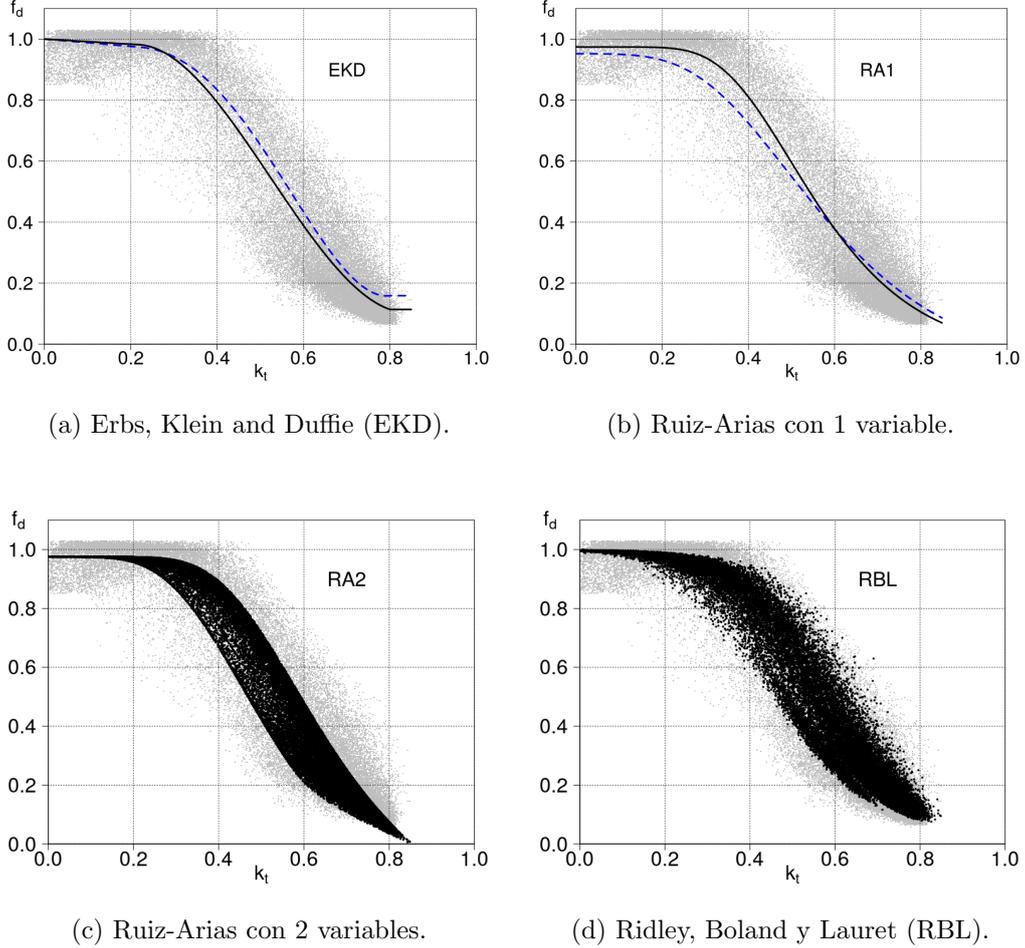


Figura 3.15: Fracción difusa horaria generada con los modelos indicados. En el fondo, en gris, los datos mostrados en la Fig. 3.14. En los paneles (a) y (b), la curva a trazos (azul) indica el modelo original. En negro, se indican los modelos con los coeficientes ajustados localmente. Figuras de [AAASL18].

ajuste local es el recomendado para uso a nivel horario o sub-horario en la región con rRMSD debajo de 20 % y sesgo debajo de 1 %. Su expresión con los coeficientes locales es:

$$\text{(RA2s)} \quad f_d = 0,97 + 1,11 \times e^{-\exp(3,38 - 5,84 k_t - 0,13 m)}. \quad (3.47)$$

Esto mejora significativamente con respecto al modelo “universal” EKD recomendado para uso general en [DB06], que a nivel horario presenta un nivel de incertidumbre de 24 % aproximadamente con un sesgo grande de 8 %.

### 3.4. Separación directa-difusa

modelo	original		localmente ajustado	
	rMBD (%)	rRMSD (%)	rMBD (%)	rRMSD (%)
<b>EKD</b>	7.9	23.6	1.2	21.9
<b>RA1</b>	-2.2	23.2	0.5	21.8
<b>RA2s</b>	-3.2	21.0	0.7	19.5
<b>RA2</b>	-4.5	21.8	-2.2	19.5
<b>RBL</b>	7.6	20.7	1.3	18.1

Cuadro 3.10: Indicadores de desempeño en la región para los modelos de fracción difusa horaria considerados. Los indicadores se expresan en términos relativos a la media de las medidas,  $\langle f_d \rangle = 0,47$ . De [AAASL18].

#### 3.4.3. Modelos de separación a escala diaria o mensual

En el caso en que uno no cuente con datos horarios, puede ser necesario estimar la fracción difusa diaria,  $F_d$ , definida por la Ec. (3.42). La misma se correlaciona con el índice de claridad diario,  $K_T$ , definido en la Ec. (3.25). El trabajo pionero para este tipo de correlación es el de Liu y Jordan de 1960 [LJ60], y a partir de ese hito se han propuesto muchas correlaciones similares. Sólo describiremos aquí las propuestas de Erbs et al., por brevedad. En [AAASL18] se validan y ajustan además otros modelos (por ejemplo el de Collares-Pereira y Rabl) con datos de la región.

La correlación propuesta por Erbs et al. [EKD82] introduce una dependencia estacional a través del ángulo horario de puesta del Sol,  $\omega_s$ , dado por la Ec. (2.16). La forma general de esta correlación es,

$$F_d = \begin{cases} 1 + A_1 K_T + A_2 K_T^2 + A_3 K_T^3 + A_4 K_T^4 & K_T < 0,715 \\ B_0 & K_T \geq 0,715 \end{cases} \quad (3.48)$$

donde los coeficientes dependen de  $\omega_s$ , como se indica en el Cuadro 3.11. Se presentan tanto los coeficientes del modelo original como los del modelo ajustado a los datos locales. La Fig. 3.16 muestra esta correlación en comparación con datos diarios para Uruguay y la región. La integración diaria de los datos horarios que pasaron los filtrados resulta en 3385 días (para las cinco estaciones de medida) con una media de  $\bar{F}_d = 0,46$ .

A veces es necesario estimar la fracción difusa promedio de un mes dado y no se cuenta con los datos de irradiancia global horaria o diaria. En estos casos, es útil contar con una correlación que vincule la fracción difusa diaria promedio en un mes dado, Ec. (3.43), con el valor diario promedio del índice de claridad en el mes, Ec. (3.26). La correlación sugerida por Erbs et al. para este caso, recomendada en la Ref. [DB06], tiene la forma de un polinomio cúbico,

### 3.4. Separación directa-difusa

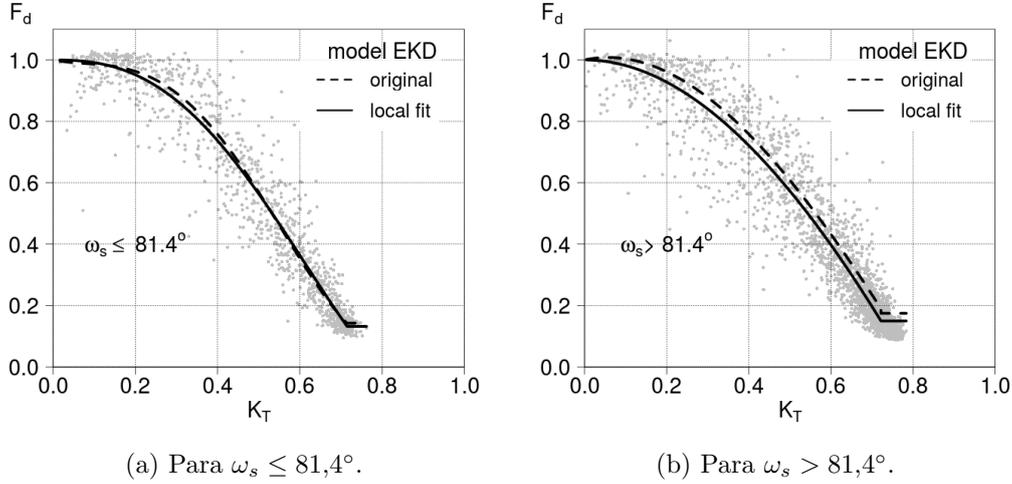


Figura 3.16: Salida del modelo EKD diario, Ec. (3.48), contra datos diarios (en gris). Se muestran los modelos originales (a trazos) y con coeficientes ajustados localmente (en negro). Figuras de [AAASL18].

$$\bar{F}_d = A_0 + A_1 \bar{K}_T + A_2 \bar{K}_T^2 + A_3 \bar{K}_T^3. \quad (3.49)$$

Los coeficientes originales, que para el caso del modelo original tienen dependencia en  $\omega_s$ , se indican en el Cuadro 3.11. En el modelo localmente ajustado no se detectó una dependencia estacional significativa [AAASL18], por lo que se indica un único conjunto de coeficientes en la última fila del Cuadro 3.11.

restricción	modelo	tipo	$A_0$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B_0$
$\omega_s \leq 81,4^\circ$	original	diario	1	-0.27	2.45	-11.95	9.39	0.14
	ajustado	diario	1	0	-0.46	-4.50	3.89	0.13
	original	mensual	1.39	-3.56	4.19	-2.14	-	-
$\omega_s > 81,4^\circ$	original	diario	1	0.28	-2.56	0.85	0	0.18
	ajustado	diario	1	0	-1.88	0.34	0	0.15
	original	mensual	1.31	-3.02	3.43	-1.82	-	-
no hay	ajustado	mensual	1.58	-3.67	2.68	-0.19	-	-

Cuadro 3.11: Coeficientes originales [EKD82] y ajustados localmente [AAASL18] para los modelos EKD diario, Ec. (3.48), y mensual, Ec. (3.49) de Erbs et al. El modelo mensual ajustado localmente no tiene dependencia en  $\omega_s$ .

En la Fig. 3.17 se comparan estas correlaciones mensuales con los datos de promedios mensuales indicados como círculos oscuros ( $\bar{\omega}_s \leq 81,4^\circ$ ) y

### 3.4. Separación directa-difusa

claros ( $\bar{\omega}_s > 81,4^\circ$ ). Las curvas a trazos corresponden al modelo original y la curva llena al ajustado localmente. Los promedios mensuales usados en [AAASL18] corresponden a 112 meses en el conjunto de cinco estaciones. El promedio de la fracción difusa media mensual es  $\bar{F}_d = 0,36$ . Los indicadores de desempeño para estos modelos a escala diaria y mensual se muestran en el Cuadro 3.12. A nivel diario, el modelo ajustado tiene un sesgo menor a 1 % e incertidumbre de  $\approx 20$  %. A nivel de medias mensuales, el sesgo del modelo ajustado es despreciable y la incertidumbre asociada de 13 % del valor medio de  $\bar{F}_d$  medido.

tipo	rMBD (%)		rRMSD (%)	
	original	ajustado	original	ajustado
diario	5.5	0.4	20.6	19.7
mensual	7.0	0.0	16.1	12.8

Cuadro 3.12: Indicadores de desempeño para los modelos de fracción difusa a escala diaria y mensual en la región, con coeficientes originales y ajustados. El promedio de la fracción difusa diaria es  $F_d = 0,46$  y el de la fracción difusa mensual es  $\bar{F}_d = 0,36$ .

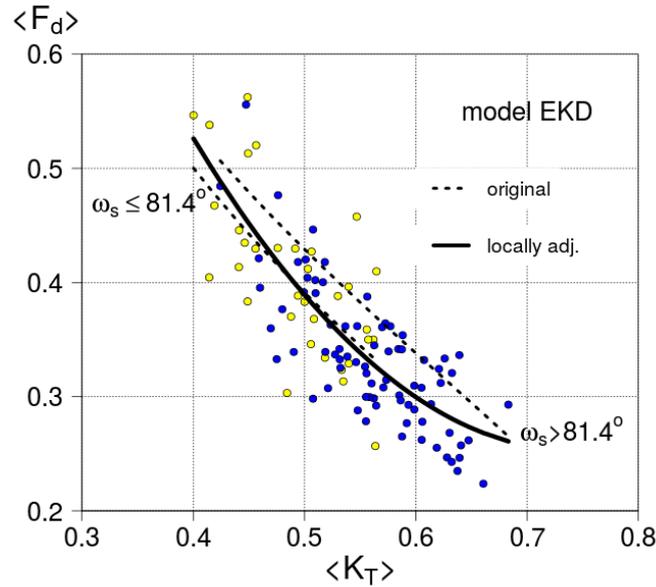


Figura 3.17: Correlaciones EKD para medias mensuales, Ec. (3.49). Los datos de promedios mensuales se indican para  $\bar{\omega}_s \le 81,4^\circ$  (círculos oscuros) y  $\bar{\omega}_s > 81,4^\circ$  (círculos claros). Las curvas a trazos corresponden al modelo original y la curva llena al ajustado localmente. Los promedios mensuales corresponden a 112 meses en el conjunto de cinco estaciones. El promedio de la fracción difusa media mensual es  $\bar{F}_d = 0,36$ . Figura de [AAASL18].

## Capítulo 4

# Radiación sobre un plano inclinado



Planta fotovoltaica "Del Litoral"  
17 MWp, Salto, Uruguay

Un conocimiento cuantitativo de la radiación incidente sobre un plano inclinado de orientación arbitraria es importante para el diseño de dispositivos captadores de energía solar, para el análisis de iluminación en edificios o para estimar la radiación que incide sobre cultivos en laderas de cerros, por ejemplo. Por otro lado, las medidas de radiación solar más frecuentes corresponden a irradiancia global *sobre un plano horizontal*. Ya hemos visto algunos métodos para separar las componentes global y difusa de esta radiación (Sección 3.4). También hemos visto métodos para calcular la irradiancia horaria o diaria a nivel TOA (Sección 2.5). Ambos serán de utilidad para el cálculo de la irradiancia sobre una superficie inclinada.

Presentamos aquí los métodos usados para transportar la radiación global de un plano horizontal a un plano inclinado. Es usual referirse a estos métodos como *modelos de transporte*. Como veremos, las componentes directa y difusa de la radiación global horizontal se tratan en forma diferente. El transporte de la radiación directa se reduce a un problema geométrico, pero el transporte de la radiación difusa implica realizar suposiciones sobre su distribución en la bóveda celeste y modelar las propiedades ópticas de superficies reflectivas cercanas a la de interés. Estos factores complican el problema del transporte de radiación a plano inclinado e inciden en el error asociado a la estimación del recurso solar sobre la superficie.

## 4.1. Movimiento aparente del Sol para una superficie inclinada

La descripción de una superficie plana de orientación e inclinación arbitrarias (la superficie captadora o captador<sup>1</sup>) se hace con dos ángulos: el azimut  $\gamma \in [-\pi, \pi]$  y la inclinación  $\beta \in [0, \pi/2]$ , este último respecto al plano horizontal local ( $\beta = 0$ ). El azimut es el ángulo que forma la proyección de la normal al captador sobre el plano horizontal local con el meridiano del observador (línea Norte-Sur). Estos ángulos se indicaron en la Fig. 2.12. Así como en el caso del azimut solar ( $\gamma_s$ ) en estas notas usaremos un azimut de la superficie ( $\gamma$ ) referido al Norte. Esto es,  $\gamma = 0$  si la superficie se orienta al Norte,  $\gamma < 0$  si se orienta al Noreste y  $\gamma > 0$  si se orienta al Noroeste<sup>2</sup>.

### 4.1.1. Ángulo de incidencia

El ángulo de incidencia entre la radiación solar directa (línea Tierra-Sol) y la normal al captador se denomina  $\theta$ . El coseno de este ángulo se relaciona con los ángulos solares y la latitud a través de expresiones bien conocidas [DB06] que no demostraremos aquí,

$$\begin{aligned} \cos \theta = & [\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega] \cos \beta + \\ & [(\sin \delta \cos \phi - \cos \delta \sin \phi \cos \omega) \cos \gamma + \cos \delta \sin \omega \sin \gamma] \sin \beta. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Un caso particular interés, es el ángulo de incidencia sobre una superficie vertical ( $\beta = \pi/2$ ), para el cual:

$$\cos \theta|_{\beta=\pi/2} = (\sin \delta \cos \phi - \cos \delta \sin \phi \cos \omega) \cos \gamma + \cos \delta \sin \omega \sin \gamma.$$

Esta expresión es de interés para calcular la radiación solar incidente sobre aberturas verticales en edificios.

### Superficie orientada al ecuador

La Ec. (4.1) es algo complicada debido a que aplica a superficies de orientación arbitraria. En aplicaciones de energía solar, usualmente la orientación de interés para una superficie captadora es hacia el ecuador, ( $\gamma = 0$  en el

---

<sup>1</sup>Es práctica usual utilizar el término “panel” para energía solar fotovoltaica y “colector” para energía solar térmica. Aquí utilizamos “captador” para englobar a ambos.

<sup>2</sup>Este ángulo es suplementario del azimut  $\gamma'$  usado por algunos textos adaptados al Hemisferio Norte. El ángulo  $\gamma'$  es nulo si la superficie se orienta al Sur, y positivo/negativo si se orienta al Suroeste/Suroeste. Se cumple  $\gamma + \gamma' = \pm\pi$ ,  $\sin \gamma' = \sin \gamma$  y  $\cos \gamma' = -\cos \gamma$ .

#### 4.1. Movimiento aparente del Sol para una superficie inclinada

---

H.S. o  $\gamma = \pi$  en el H.N.). Para superficies de captación orientadas al ecuador,  $\sin \gamma = 0$ ,  $\cos \gamma = s = \pm 1$  y la Ec. (4.1) se reduce a,

$$\boxed{\cos \theta|_{\sin \gamma=0} = [\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega] \cos \beta + s [\sin \delta \cos \phi - \cos \delta \sin \phi \cos \omega] \sin \beta.} \quad (4.2)$$

donde  $s$  es un signo opuesto al de la latitud ( $s = 1$  para el H.S. y  $s = -1$  para el H.N.). Para una superficie horizontal ( $\beta = 0$ ) la normal a la superficie coincide con la vertical local y el ángulo de incidencia es el ángulo cenital del Sol:  $\theta = \theta_z$ . En este caso, la Ec. (4.1) pierde su dependencia en  $\gamma$  y se reduce a la Ec. (2.15).

#### Latitud equivalente

Para superficies orientadas al ecuador, existe una forma sencilla de obtener la Ec. (4.2) para un plano de inclinación  $\beta$ , partiendo de la Ec. (2.15) para el ángulo cenital. Como se muestra en la Fig. 4.1, el ángulo de incidencia  $\theta$  de la radiación directa sobre una superficie inclinada un ángulo  $\beta$  en una latitud Sur ( $\phi < 0$ ), es el mismo que el ángulo cenital  $\theta_z$  sobre una superficie horizontal colocada a una latitud  $\phi + \beta$ . De modo que, usando la Ec. (2.15) con  $\cos \theta_z \rightarrow \cos \theta$  y con  $\phi \rightarrow \phi + \beta$ , se tiene (para el H.S.):

$$\cos \theta|_{H.S.} = \cos(\phi + \beta) \cos \delta \cos \omega + \sin(\phi + \beta) \sin \delta.$$

Para el H.N. ( $\phi > 0$ ) se reemplaza  $\phi + \beta$  por  $\phi - \beta$ . Por tanto, podemos definir una latitud equivalente  $\phi'$  válida para ambos hemisferios, según,

$$\boxed{\phi' = \phi + s\beta,} \quad (4.3)$$

donde  $s$  tiene el mismo significado que en la Ec. (4.2). En términos de la latitud equivalente, el ángulo de incidencia sobre una superficie inclinada al ecuador se expresa como:

$$\begin{aligned} \cos \theta|_{\sin \gamma=0} &= \cos \phi' \cos \delta \cos \omega + \sin \phi' \sin \delta \\ &= \cos(\phi + s\beta) \cos \delta \cos \omega + \sin(\phi + s\beta) \sin \delta. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Esta última es una expresión idéntica a la Ec. (4.2), pero más fácil de recordar y utilizar.

Este razonamiento es aplicable a todas las superficies planas orientadas al ecuador ( $\sin \gamma = 0$ ). Por lo tanto, todas las expresiones desarrolladas para el cálculo de la radiación extraterrestre intra-día sobre superficies horizontales se pueden generalizar para superficies inclinadas orientadas al ecuador usando la latitud equivalente, Ec. (4.3).

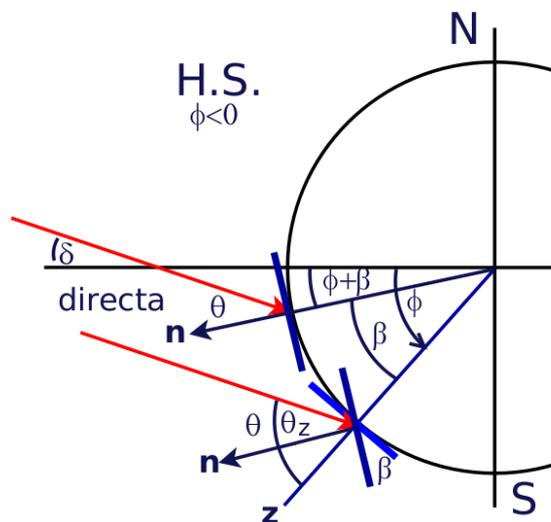


Figura 4.1: En términos de dirección de radiación directa incidente, una superficie con inclinación  $\beta$  orientada al Norte en latitud  $\phi < 0$  es equivalente a otra horizontal ubicada en una latitud  $\phi + \beta$  más próxima al ecuador.

#### 4.1.2. Salida y puesta del Sol para el plano inclinado

El ángulo horario de “salida” ( $\omega_{ss}$ ) o “puesta” ( $\omega_{ps}$ ) del Sol para un plano inclinado ya no puede calcularse por las Ecs. (2.16), basado en la condición  $\cos \theta_z = 0$ . Para una superficie inclinada, el Sol “sale” (o se pone) cuando la línea Tierra-Sol atraviesa el plano que contiene la superficie. En otras palabras, cuando  $\cos \theta = 0$ . Esto complica un poco el cálculo del ángulo de salida y puesta de Sol en el caso general, ya que estos ángulos pasan a depender de la orientación de la superficie. La salida y puesta del Sol para un plano inclinado refiere a los momentos en que empieza y termina de incidir la radiación directa sobre la superficie, respectivamente. El concepto aplica sólo a la radiación directa, debido a que está asociado a la línea de vista entre la superficie de captación y el Sol. Si el Sol se encuentra por encima del horizonte local pero está por detrás del plano del captador, no incidirá radiación directa sobre la superficie inclinada, pero *sí incidirá radiación difusa*. Esto ocurre, por ejemplo, al amanecer y atardecer en meses de verano en Uruguay con captadores orientados al ecuador. En términos generales, para posiciones arbitrarias en la Tierra e inclinaciones arbitrarias de superficies, esta situación ocurrirá en algún momento del año y para diferentes periodos de tiempo dentro del día. Por tanto durante el tiempo que se den estas condiciones se deberá considerar en los modelos de transporte el aporte de la radiación difusa al captador.

### Superficies con orientación genérica

Para calcular los ángulos de salida y puesta de Sol para una superficie de orientación arbitraria, debe distinguirse si la superficie mira al Este o al Oeste y deben calcularse separadamente el ángulo de salida ( $\omega_{ss} < 0$ ) y el de puesta de Sol ( $\omega_{ps} > 0$ ), ya que en general no son iguales en valor absoluto. Estos ángulos no pueden ser mayores (en valor absoluto) que el correspondiente a una superficie horizontal,  $\pm\omega_s$ , porque el Sol nunca saldrá antes para una superficie inclinada que para el plano horizontal. Los ángulos pueden calcularse a partir de las siguientes expresiones [Iqb83].

Para superficies orientadas al Este ( $\gamma < 0$ ):

$$\omega_{ss} = - \min \left[ \omega_s, \arccos \left( \frac{-xy - \sqrt{x^2 - y^2 + 1}}{x^2 + 1} \right) \right] \quad (\gamma < 0) \quad (4.5)$$

$$\omega_{ps} = \min \left[ \omega_s, \arccos \left( \frac{-xy + \sqrt{x^2 - y^2 + 1}}{x^2 + 1} \right) \right]$$

Para superficies orientadas al Oeste ( $\gamma > 0$ ):

$$\omega_{ss} = - \min \left[ \omega_s, \arccos \left( \frac{-xy + \sqrt{x^2 - y^2 + 1}}{x^2 + 1} \right) \right] \quad (\gamma > 0) \quad (4.6)$$

$$\omega_{ps} = \min \left[ \omega_s, \arccos \left( \frac{-xy - \sqrt{x^2 - y^2 + 1}}{x^2 + 1} \right) \right]$$

Y las cantidades  $x$  e  $y$  están dadas por las Ecs. (4.7) y (4.8) (ver la Ref. [Iqb83] por detalles), que aplican a  $\gamma \neq 0$  y  $\beta \neq 0$ :

$$x = \frac{\cos \phi}{\sin \gamma \tan \beta} + \frac{\sin \phi}{\tan \gamma} \quad (4.7)$$

$$y = \tan \delta \left( \frac{\cos \phi}{\sin \gamma \tan \beta} - \frac{\cos \phi}{\tan \gamma} \right). \quad (4.8)$$

Para  $\gamma = 0$  y  $\beta = 0$  no aplican las expresiones anteriores (observar que  $x$  e  $y$  divergen en tal caso). El caso  $\gamma = 0$ , de superficies orientadas al ecuador, se describe en la siguiente Subsección. El caso  $\beta = 0$  es una superficie horizontal para todo  $\gamma$  y se tiene que  $-\omega_{ss} = \omega_{ps} = \omega_s$ , con  $\omega_s$  el ángulo de puesta de Sol para plano horizontal, dado por la Ec. (2.16). Finalmente, el caso de una superficie que mira hacia los Polos (al Sur en el H.S. o al Norte en el H.N.) debe tratarse en forma particular.

### Superficies orientadas al ecuador

Para el caso de superficies orientadas al ecuador ( $\gamma = 0$  y  $\beta > 0$ ), que es el de mayor interés para la producción de energía, podemos usar el concepto de latitud equivalente ( $\phi' = \phi + s\beta$ ) y la Ec. (2.16) para obtener una expresión simple para el ángulo horario de salida y puesta del Sol. Este ángulo nunca puede ser mayor (en términos absolutos) que su correspondiente para plano horizontal,  $\omega_s$ , dado por la Ec. (2.16), por lo que la expresión para  $\omega'_s$  es:

$$\omega'_s = \min \left\{ \begin{array}{l} \arccos [-\tan \phi \tan \delta] \\ \arccos [-\tan(\phi + s\beta) \tan \delta] \end{array} \right. . \quad (4.9)$$

En este caso los ángulos de salida y puesta del Sol son iguales en términos absolutos, por simetría. El de salida es  $\omega_{ss} = -\omega'_s$  y el de puesta del Sol es  $\omega_{ss} = \omega'_s$ .

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

En esta Sección presentamos diferentes métodos para estimar la irradiancia (o irradiación) solar a escala instantánea, horaria o sub-horaria sobre un plano inclinado de orientación arbitraria, partiendo de la base de que se conoce la irradiancia (o irradiación) global sobre plano horizontal y que ya se han separado en sus componentes difusa y directa, ya sea porque se cuenta con medidas de una o ambas componentes o porque se han usado los métodos descritos en la Sección 3.4 para separarlas en forma aproximada. La orientación de la superficie está dada por los ángulos  $(\beta, \gamma)$ .

Comenzamos por considerar el caso instantáneo y separamos la irradiancia global incidente sobre la superficie captadora,  $G_i$ , en tres componentes:

$$G_i = G_{bi} + G_{di} = G_{bi} + G_{si} + G_{ri}, \quad (4.10)$$

donde cada una es:

- $G_{bi}$  es la componente directa incidente sobre la superficie.
- $G_{di}$  es la componente difusa incidente sobre la superficie.
- $G_{si}$  es la parte de la componente difusa que llega desde la bóveda celeste (es decir, la atmósfera). El subíndice “s” responde a “sky”.
- $G_{ri}$  es la parte de la componente difusa que llega reflejada desde las superficies cercanas, incluyendo el suelo, supuestas reflectores difusos ideales.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

En la Fig. 4.2 se indican en forma esquemática algunas de estas componentes. Se debe notar que la componente difusa incidente se separa en dos subcomponentes dependiendo de su origen: una porción incide desde bóveda celeste vista por la superficie ( $G_{si}$ ) y otra porción incide luego de ser reflejada en forma difusa por superficies cercanas ( $G_{ri}$ ), incluido el suelo.

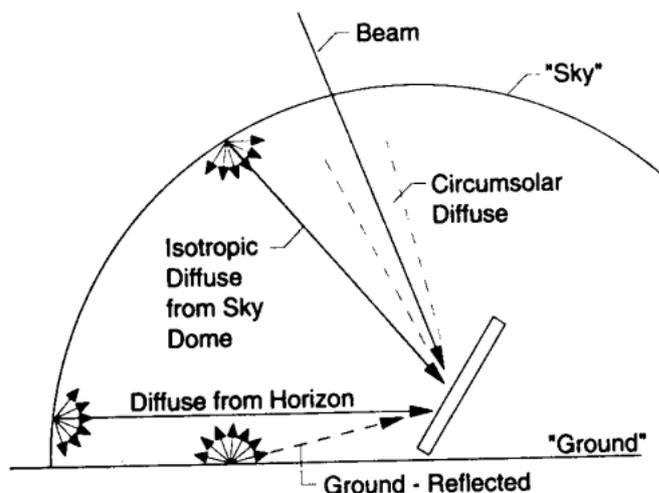


Figura 4.2: Componentes de radiación global sobre una superficie captadora [DB06].

El objeto de los modelos de transporte es determinar la razón inclinada,  $r_i$ , definida como el cociente entre la radiación global sobre la superficie inclinada y la radiación global sobre un plano horizontal. A escala instantánea, esta razón se expresa como:

$$r_i(\beta, \gamma) \equiv \frac{G_i}{G_h}. \quad (4.11)$$

Se debe notar que esta expresión sólo tiene sentido para instantes de tiempo diurnos, por lo que  $r_i = 0$  cuando  $\cos \theta_z \leq 0$ . Esta magnitud varía instante a instante a lo largo del día y del año, dependiendo de  $\beta$  y  $\gamma$ , la declinación solar, el ángulo horario, la ubicación en latitud y longitud del plano inclinado, y de las características del cielo y entornos locales. Esto último se debe a que los fenómenos de dispersión atmosférica son afectados por las características que tenga la bóveda celeste en un instante dado (por ejemplo, el contenido de aerosoles y vapor de agua, o la presencia de nubes) y a las reflexiones en el entorno del captador (por ejemplo, objetos cercanos o el suelo). En la Ec. (4.11) se indica la dependencia en  $\beta$  y  $\gamma$  en forma explícita sólo para remarcar este concepto, pero  $r_i$  no puede ser considerada una variable puramente geométrica.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

Esta razón puede definirse en forma análoga a escala horaria, sub-horaria, diaria o de promedios mensuales diarios. Los valores estimados para la razón inclinada mensual ( $\bar{R}_i$ ) pueden encontrarse en forma tabulada en el apéndice de la Ref. [AD13] (del Cuadro A.5 al A.9) para varias inclinaciones y ubicaciones del Uruguay, utilizando hipótesis razonables para los fenómenos no geométricos. Con esta información, se puede transportar cualquier valor promedio de irradiación global diaria sobre plano horizontal a plano inclinado rápidamente. Sin embargo, en las aplicaciones de ingeniería, son cada vez más relevantes las escalas horarias y sub-horarias, por lo que el uso de la razón inclinada diaria está en desuso.

La Ec. (4.10) puede expresarse en otras escalas temporales (sub-horaria, horaria, diaria, etc.) sin pérdida de generalidad. En particular, la irradiación horaria sobre un plano inclinado,  $I_i$ , se puede escribir según,

$$I_i = I_{bi} + I_{di} = I_{bi} + I_{si} + I_{ri}, \quad (4.12)$$

y la razón inclinada horaria como,

$$r_i(\beta, \gamma) \equiv \frac{I_i}{I_h}. \quad (4.13)$$

No utilizaremos distintas notaciones para la razón inclinada a escalas intra-día, que será  $r_i$  para estos casos, como en las Ecs. (4.11) y (4.13). Dado que el caso horario reviste frecuentemente mayor interés práctico, formularemos de aquí en más las expresiones de transporte a plano inclinado en éstos términos. Las expresiones de las Subsecciones 4.2.1, 4.2.2 y 4.2.3 estarán frecuentemente a escala horaria, pero son también válidas en términos sub-horarios o instantáneos. La única salvedad requerida para utilizar las expresiones a escala horaria o sub-horaria es que deben ser evaluadas en el centro del intervalo temporal considerado. El modelado a escala diaria requiere un tratamiento un poco diferente, en especial en lo que refiere al cálculo de magnitudes geométricas, y se describe en la Sección 4.3.

### 4.2.1. Transporte de la componente directa

Comenzamos por la componente más simple de estimar: la irradiación directa sobre el plano del captador,  $G_{bi}$ . Esta cantidad se puede transformar geoméricamente, por ejemplo, desde un plano horizontal al plano inclinado. Se define la razón directa<sup>3</sup>,  $r_b$ , como el cociente entre la radiación directa sobre la superficie inclinada y la radiación directa sobre plano horizontal. A escala instantánea (irradiancia) su definición es:

---

<sup>3</sup>Notar que esta razón es distinta a la razón inclinada,  $r_i$ , de la Ec. (4.11).

$$r_b(\beta, \gamma) \equiv \frac{I_{bi}}{I_{bh}} = \frac{I_{bn} \cos \theta}{I_{bn} \cos \theta_z} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z}. \quad (4.14)$$

donde la dependencia en los ángulos  $(\beta, \gamma)$  surge de la Ec. (4.1). Al igual que la razón inclinada  $r_i$ , esta magnitud depende también de las otras variables geométricas relevantes, como la declinación solar, el ángulo horario y la latitud y longitud donde está ubicado el plano inclinado. La razón directa es en definitiva un factor geométrico vinculado al ángulo de incidencia y el ángulo cenital. En términos generales, esta cantidad varía instante a instante a lo largo del día con el movimiento aparente del Sol y presenta un comportamiento estacional a lo largo del año. Para un plano horizontal ( $\beta = 0$ ), se cumple que  $\cos \theta = \cos \theta_z$ , y por lo tanto  $r_b = 1$  para todo momento del día y del año. En este caso, la directa sobre el plano inclinado ( $G_{bi}$ ) coincide con la directa sobre el plano horizontal ( $G_{bh}$ ). Para un captador colocado en un seguidor de dos ejes que esté en todo momento enfrentado en incidencia normal al Sol,  $\cos \theta = 1$  y la razón directa es  $r_b = 1/\cos \theta_z$ , igual a la aproximación geométrica de la masa de aire,  $m$ . En este caso, la  $G_{bi}$  coincide con la directa en incidencia normal (DNI,  $G_{bn}$ ). Vale la pena mencionar que  $r_b$  puede ser mayor que 1 si  $\cos \theta_z < \cos \theta$ , lo que no es un caso atípico, y bastante mayor a 1 si el Sol esta cerca del horizonte ( $\cos \theta_z \rightarrow 0$ ). Las apreciaciones anteriores valen para los instantes de tiempo donde  $\cos \theta > 0$  y  $\cos \theta_z > 0$ , es decir, cuando efectivamente incide radiación directa sobre el plano inclinado. En otro caso, cuando  $\cos \theta \leq 0$  o  $\cos \theta_z \leq 0$ , la razón directa es  $r_b = 0$ .

El problema de estimar la irradiación directa horaria sobre una superficie inclinada a partir de irradiación horaria directa sobre plano horizontal, pasa por calcular  $r_b$ , ya que:

$$\boxed{I_{bi}(\beta, \gamma) = r_b(\beta, \gamma) I_{bh}.} \quad (4.15)$$

### Razón directa para una superficie orientada al ecuador

Para una superficie orientada al ecuador, esto es, con azimut Norte en el H.S. y azimut Sur en el H.N., puede calcularse la razón directa usando la Ec. (4.3) basada en la latitud equivalente,

$$r_b(\beta) = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} = \frac{\cos(\phi + s\beta) \cos \delta \cos \omega + \sin(\phi + s\beta) \sin \delta}{\cos \phi \cos \delta \cos \omega + \sin \phi \sin \delta}, \quad (4.16)$$

donde, como ya hemos utilizado,  $s = 1$  para el H.S. y  $s = -1$  para el H.N. Observe que, como ya se mencionó,  $r_b(\beta = 0) = 1$ . La irradiación directa horaria se estima según la Ec. (4.15), pero sin la dependencia en el ángulo  $\gamma$ .

### 4.2.2. Radiación difusa reflejada

La radiación reflejada que llega a una superficie inclinada es radiación difusa que proviene de reflexiones difusoras en objetos del entorno, cercanos o no, pero no desde la bóveda celeste. Uno de estos “objetos” puede ser el propio suelo. La reflexión de un haz incidente sobre una superficie cualquiera puede ser especular (manteniendo las propiedades direccionales en el caso de radiación directa), difusora o con un comportamiento intermedio, dependiendo del tipo de superficie. Cuando la superficie es especular, la radiación directa y difusa que incida sobre ella será reflejada, respectivamente, con la misma intensidad y ángulo de incidencia, pero en dirección simétrica a la normal a la superficie. Cuando la superficie es difusora, ésta refleja cierta porción  $\rho$  (reflectividad) de la radiación global incidente sin ningún carácter direccional. Superficies como paredes, caminos, áreas con pasto, etc., estarán más cerca de ser reflectores difusos que especulares. Espejos, chapas pulidas o pintadas con pintura reflectiva, pueden tener propiedades especulares o mixtas, por lo que el problema se vuelve complicado y no se pueden hacer afirmaciones genéricas sin un ensayo de la superficie. A efectos de modelar la radiación en un plano inclinado es usual asumir, por simplicidad, que en caso de existir objetos reflejando radiación solar hacia la superficie inclinada, éstos son reflectores difusos ideales y se conoce su reflectividad, al menos en forma aproximada.

La radiación proveniente de la reflexión de la radiación global incidente en superficies supuestas como reflectores difusos ideales puede expresarse en términos de la reflectividad  $\rho_j$  de las mismas, usando *factores de vista*, según,

$$I_{ri} = \sum_j I_j \rho_j \frac{A_j}{A_c} F_{j-c} = \sum_j I_j \rho_j F_{c-j} \quad (4.17)$$

donde  $I_j$  es la radiación global incidente en la superficie  $j$ ,  $A_j$  es su área y  $A_c$  es el área de la superficie captadora.  $F_{j-c}$  es el *factor de vista* con que la superficie  $j$  ve al captador<sup>4</sup>. Hemos utilizado aquí la relación de reciprocidad entre los factores de vista,  $A_c F_{c-j} = A_j F_{j-c}$ , para expresar la relación anterior en términos del área del captador exclusivamente. La suma va sobre todas las superficies cercanas “vistas” por la superficie captadora.

#### Reflexión difusa del suelo

Para simplificar el problema, es usual suponer en los modelos de transporte que la única superficie relevante es el suelo, supuesto un plano horizontal y

---

<sup>4</sup>El factor de vista  $F_{1-2}$  con que una superficie 1 ve a una superficie 2, se define como la fracción de la energía que deja la superficie 1 que llega a la superficie 2

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

reflector difuso ideal con coeficiente de reflexión  $\rho_g$ . En ese caso, la irradiancia reflejada sobre el captador estará dada por,

$$I_{ri} = I_h \rho_g F_{c-g},$$

donde  $F_{c-g}$  es el factor de vista con que el captador ve al suelo. En este caso simplificado, el captador solo “ve” dos superficies conceptuales: el suelo y la bóveda celeste. Se cumple por lo tanto,

$$F_{c-g} + F_{c-sky} = 1.$$

El factor  $F_{c-sky}$  con que el captador ve el cielo, se calcula fácilmente como  $F_{c-sky} = (1 + \cos \beta)/2$ . Este es un cálculo geométrico que es más sencillo realizar a través del ángulo sólido,  $\Omega_\beta$ , subtendido por el semiángulo  $\beta$  por detrás de la superficie captadora, que se indica en la Fig. 4.3. Este ángulo sólido se calcular como,

$$\Omega_\beta = \int_{\theta < \beta} d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\beta \sin \theta d\theta = 2\pi(1 - \cos \beta),$$

donde las variables  $(\theta, \varphi)$  son las coordenadas esféricas usuales con respecto al eje indicado en la figura. El ángulo sólido  $\Omega_{c-sky}$  con que la superficie captadora ve al cielo es la mitad del ángulo sólido complementario a  $\Omega_\beta$ , según,

$$\Omega_{c-sky} = \frac{4\pi - \Omega_\beta}{2},$$

por lo que el factor de vista con que el captador ve al cielo es:

$$F_{c-sky} = \frac{\Omega_{c-sky}}{2\pi} = \frac{1}{2}(1 + \cos \beta). \quad (4.18)$$

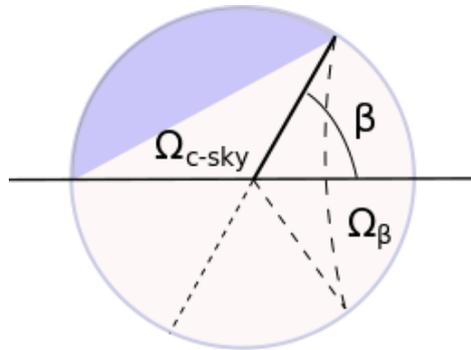


Figura 4.3: Ángulo sólido  $\Omega_{c-sky}$  con que la superficie captadora (línea gruesa) ve el cielo. El ángulo sólido  $\Omega_\beta$  se calcula analíticamente en el texto.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

Finalmente, el factor de vista complementario a  $F_{c-sky}$ , con que el captador ve al suelo, es:

$$F_{c-g} = 1 - F_{c-sky} = \frac{1}{2}(1 - \cos \beta). \quad (4.19)$$

Evidentemente, para un plano horizontal ( $\beta = 0$ ) y resulta  $F_{c-sky} = 1$  y  $F_{c-g} = 0$ . Para  $\beta = 90^\circ$  ambos factores de vista son  $1/2$ , siendo este el único caso en que se da la igualdad de los factores de vista como función de  $\beta$ . Para  $\beta > 90^\circ$  el factor de vista con que la superficie inclinada ve al suelo es mayor que el del cielo, hasta caso límite  $\beta \rightarrow 180^\circ$  en donde el plano inclinado sólo vería el suelo. Este tratamiento de los factores de vista es independiente de la orientación azimutal de la superficie de inclinación, por lo que es posible usarlo para  $\gamma$  arbitrario.

Bajo las consideraciones anteriores, la irradiación reflejada incidente sobre la superficie captadora es,

$$I_{ri} = \frac{1}{2}(1 - \cos \beta) \rho_g I_h. \quad (4.20)$$

La reflectividad del suelo,  $\rho_g$ , puede estimarse a partir de la información contenida en el Cuadro 4.1.

<b>Superficie</b>	$\rho_g$
nieve fresca	0,75
arena blanca	0,70
paredes claras (pintura clara, revoque o bloques claros, etc)	0,60
paredes oscuras (ladrillo o pintura oscura)	0,27
pedregullo	0,20
bitumen, asfalto	0,13
pasto verde	0,26
pasto seco	0,20
hojas secas	0,30
cemento armado antiguo	0,22
pintura negra	0,10
plantíos, cultivos maduros	0,26
camino de tierra	0,04
suelo arcilloso	0,14
superficies de agua (ángulo de incidencia grande)	0,07

Cuadro 4.1: Reflectividad típica  $\rho_g$  de diversos materiales como reflectores difusos.

### 4.2.3. Radiación difusa de la bóveda celeste

De los términos de la Ec. (4.12) para la irradiación en plano inclinado, hemos resuelto los correspondientes a la irradiación directa y a la irradiación difusa reflejada, considerando para este último sólo el suelo y suponiendo que las reflexiones por otras superficies cercanas es despreciable. Por tanto, dicha ecuación, se resume hasta ahora a:

$$I_i = r_b(\beta, \gamma) I_{bh} + I_{si} + I_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right).$$

Nos resta aún tratar la irradiación difusa sobre una superficie inclinada que proviene de la bóveda celeste,  $I_{si}$ . El problema para tratar esta componente es que la distribución de la radiación difusa en la bóveda celeste no es en general homogénea en el espacio (isotrópica) y no es siquiera constante en el tiempo. Su distribución dependerá de las condiciones de la atmósfera, en cuanto a la distribución de la nubosidad, la presencia de aerosoles o el contenido de agua precipitable. Debido a la complejidad del problema, la forma usual de encararlo es a través de modelos fenomenológicos que estiman esta componente. El desempeño de dichos modelos debe ser evaluado localmente.

#### Distribución de la radiación difusa hemisférica

La Fig. 4.4 muestra esquemáticamente el resultado de escanear la bóveda celeste por el meridiano del Sol con un fotómetro solar en un día claro [DB06]. La figura ilustra una situación monocromática, donde se utilizó un filtro selectivo de longitud de onda con ventana en el UV ( $\lambda = 365$  nm), y se compara una situación con atmósfera limpia y otra con presencia de aerosoles. Se observa que la intensidad de la radiación que llega de la región cercana al disco solar es mayor. También se observa un leve aumento de radiación en la región cercana al horizonte. Otro ejemplo de distribución anisotrópica de la radiación difusa se muestra en la Fig. 4.5. Allí se muestra la distribución de la radiación solar en la bóveda celeste (a través de isolíneas de irradiancia) y el perfil al variar el ángulo cenital por el meridiano del Sol. Se muestran tres casos: (a) cielo claro, (b) cielo parcialmente nublado y (c) cielo nublado. En los casos (a) y (b) se observa nuevamente el aumento de intensidad proveniente de la región cercana al disco solar. El mínimo se encuentra aproximadamente a 90 grados de la posición del disco solar, como es de esperar para una dispersión de Rayleigh. En ambas figuras (a) y (b) se observa un leve aumento de intensidad en la región cercana al horizonte. Para cielo totalmente nublado, la distribución de la irradiancia (difusa en este caso) es bastante isotrópica.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

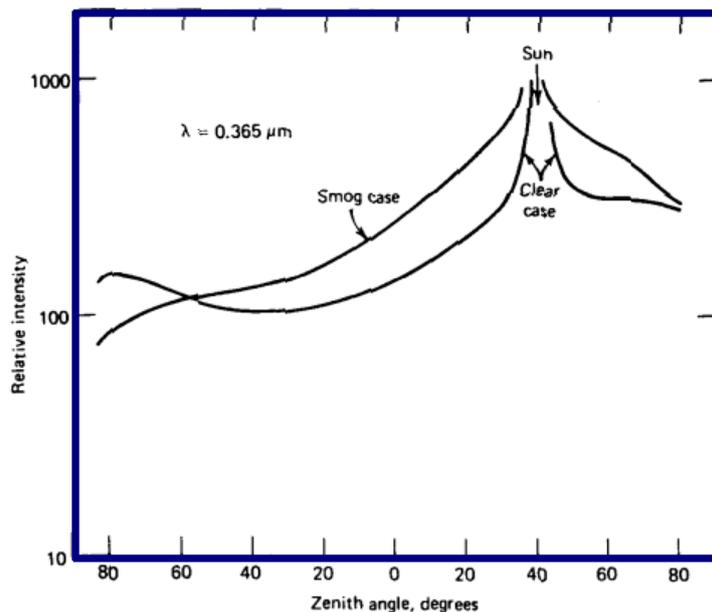


Figura 4.4: Inhomogeneidad de la radiación difusa. El esquema muestra el resultado de realizar un escaneo del cielo con un fotómetro solar con filtro de longitud de onda, en un día claro en Los Ángeles, con y sin smog. Figura de [DB06].

Recordando las propiedades de la dispersión Rayleigh (ver Sección 3.2), que tiene un máximo en la dirección de incidencia, entendemos que exista una región alrededor del disco solar desde la cual llega mayor radiación difusa: esta es la *radiación difusa circumsolar*,  $I_{cs}$ . Por otro lado, cerca del horizonte el cielo suele aparecer más brillante, en especial en días claros, como consecuencia de la radiación reflejada del suelo<sup>5</sup>. Esta contribución a la radiación difusa se denomina *brillo de horizonte*,  $I_{hz}$ . La porción restante es radiación difusa del resto de la bóveda celeste,  $I_{bc}$ .

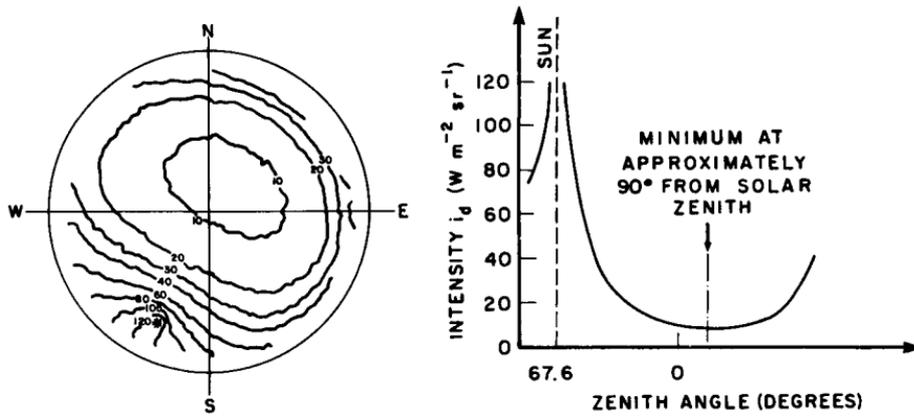
La radiación difusa que llega a la superficie inclinada puede escribirse entonces como:

$$I_{si} = I_{bc} + I_{cs} + I_{hz}. \quad (4.21)$$

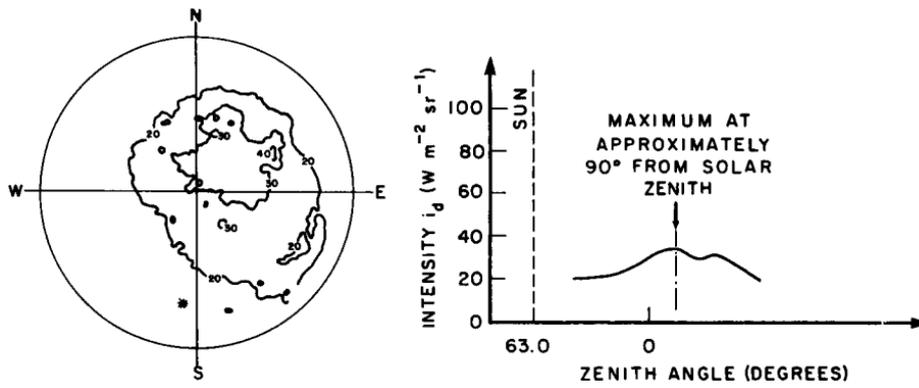
A seguir presentamos diferentes modelos, entre muchos existentes en la literatura, con el objetivo de lograr una descripción razonable del término  $I_{si}$ , pero manteniendo la simplicidad de enfoque.

<sup>5</sup>Este efecto es más importante en áreas nevadas, donde  $\rho_g \approx 0,70$ .

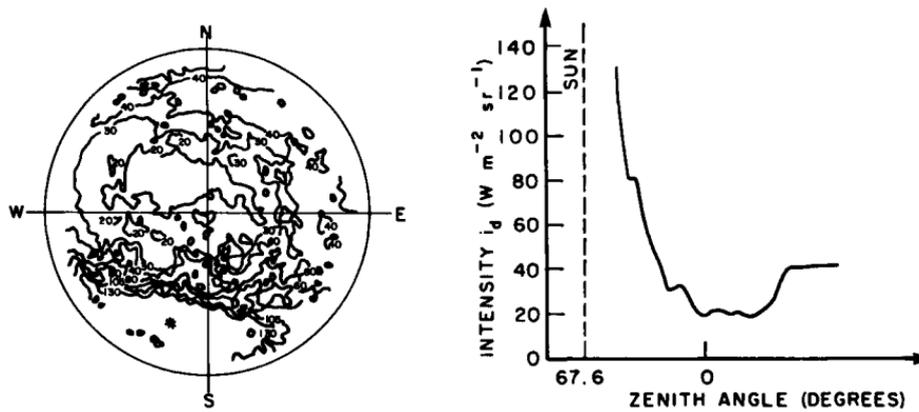
4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas



(a) Cielo despejado.



(b) Cielo parcialmente nublado.



(c) Cielo nublado.

Figura 4.5: Inhomogeneidad de la radiación difusa. Los esquemas muestran escaneos de la bóveda celeste en un día claro, parcialmente nublado y nublado. Figura de [Iqb83].

### Modelo isotrópico

En el modelo isotrópico, propuesto por Liu y Jordan [LJ63], la radiación difusa es considerada con distribución isotrópica en la bóveda celeste y los efectos de anisotropía, como la difusa circumsolar y el brillo de horizonte, se consideran despreciables. Bajo esta hipótesis, la totalidad de la radiación difusa que llega al captador lo hace en forma isotrópica ( $I_{iso}$ ). La radiación difusa que llega plano inclinado es entonces una fracción de la difusa que llega a un plano horizontal ( $I_{dh}$ ) dada por el factor de forma  $F_{c-sky}$ . Por lo tanto:

$$I_{di} \simeq I_{iso} = F_{c-sky} I_{dh} = \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) I_{dh}. \quad (4.22)$$

Según la aproximación isotrópica, la irradiación horaria en plano inclinado se expresa simplemente como:

$$I_i^{iso}(\beta, \gamma) = r_b(\beta, \gamma) I_{bh} + I_{dh} \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + I_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right), \quad (4.23)$$

en términos de la irradiación global, directa y difusa sobre plano horizontal. Si se utilizan métodos de separación de las componentes directa y difusa en plano horizontal (ver Sección 3.4), la Ec. (4.23) se puede escribir sólo en términos de la radiancia global en plano horizontal a un costo de mayor incertidumbre (introducida por el método fenomenológico de separación).

En términos de variables adimensionadas, la razón inclinada horaria isotrópica,  $r_i^{iso} = I_i^{iso}/I_h$ , puede expresarse en función de la fracción difusa  $f_d = I_{dh}/I_h$  según:

$$r_i^{iso}(\beta, \gamma) = r_b(\beta, \gamma) (1 - f_d) + f_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right). \quad (4.24)$$

El modelo isotrópico debe ser considerado un modelo de orden cero, ya que ignora la distribución anisotrópica de la radiación difusa en la bóveda celeste. En condiciones de cielo despejado, tiende a subestimar la contribución de la irradiación difusa  $I_{di}$  a la superficie captadora, lo cual introduce un error sistemático evitable.

### Modelo de Hay y Davies (HD)

Existen varios modelos que tienen en cuenta la anisotropía de la radiación difusa para el cálculo de radiación sobre plano inclinado. Uno de los más

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

sencillos es el de Hay y Davies [HD80], quienes proponen la idea de utilizar un *índice de anisotropía* para estimar la parte de la radiación difusa que proviene de la región circumsolar. Esta porción de la radiación difusa es tratada como si fuese radiación directa. El resultado es un modelo simple de usar, y que produce valores algo superiores (y más cercanos a las medidas) que el modelo isotrópico.

De las componentes de irradiación difusa de la Ec. (4.21), se considera la radiación difusa circumsolar como radiación directa y se considera la radiación difusa del resto de la bóveda celeste como isotrópica. Este modelo desprecia la contribución del brillo de horizonte ( $I_{hz} \approx 0$ ). Para la determinar la fracción de la radiación difusa que es circumsolar, se utiliza la transmitancia directa atmosférica  $\tau_b \in [0, 1]$ , Ec. (3.14), a modo de indicador de anisotropía, y se puede expresar según:

$$\tau_b = \frac{I_b}{I_0} = \frac{I_{bh}}{I_{0h}} = (1 - f_d) k_T. \quad (4.25)$$

En la ecuación anterior se hay utilizado que  $I_{bh} = I_b \cos \theta_z$  y  $I_{0h} = I_0 \cos \theta_z$ , y por tanto el factor geométrico se cancela. La último igualdad se desprende de las definiciones de  $f_d = I_{dh}/I_h$  y  $k_T = I_h/I_{0h}$ . Utilizando  $\tau_b$  como indicador de la fracción de radiación difusa circumsolar, se tiene que  $\tau_b \times I_{dh}$  es la difusa circumsolar y a ésta se le aplica el mismo factor geométrico  $r_b$  que a la radiación directa,

$$I_{cs}^{HD} = \tau_b \times r_b(\beta, \gamma) I_{dh} \quad (4.26)$$

Por coherencia, la fracción de radiación difusa que proviene del resto de la bóveda celeste,  $I_{bc}$ , se reduce a  $(1 - \tau_b)$ , y la radiación difusa que no es circumsolar es  $(1 - \tau_b) \times I_{dh}$ . Por tanto, para el modelo de Hay y Davies, se tiene que:

$$I_{bc}^{HD} = (1 - \tau_b) \times I_{dh} \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right). \quad (4.27)$$

Para condiciones nubladas,  $f_d \approx 1$  y  $\tau_b \approx 0$ , por lo que no hay contribución de difusa circumsolar y toda la difusa sobre el plano inclinado es isotrópica. Por el contrario, en condiciones despejadas la transmitancia  $\tau_b$  puede llegar a  $\tau_b \approx 0,75$  y la mayor parte de la contribución difusa será de tipo circumsolar.

En suma, el modelo Hay y Davies estima la irradiación global sobre un plano inclinado como:

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

$$I_i^{HD} = r_b(\beta, \gamma) (I_{bh} + \tau_b I_{dh}) + I_{dh} (1 - \tau_b) \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + I_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right), \quad (4.28)$$

donde la transmitancia  $\tau_b$  se calcula a partir de la Ec. (4.25). En términos adimensionados, esta relación se expresa en forma más compacta como:

$$r_i^{HD} = r_b(\beta, \gamma) (1 - \tilde{f}_d) + \tilde{f}_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right), \quad (4.29)$$

donde definimos la “fracción difusa modificada”,  $\tilde{f}_d$ , según,

$$\tilde{f}_d \equiv f_d (1 - \tau_b) = f_d (1 - k_t + f_d k_t). \quad (4.30)$$

De este modo, para implementar el modelo HD basta con calcular  $\tilde{f}_d$ , la fracción difusa corregida, y es posible usar la Ec. (4.29), en forma idéntica a la Ec. (4.24) del modelo isotrópico.

### Modelo HDKR

El brillo de horizonte es una anisotropía que puede ser relevante en condiciones de cielo despejado (vea la Fig. 4.5). Klucher propuso en 1979 incluir al brillo de horizonte entre las anisotropías a modelar [Klu79] y lo parametrizó con una función proporcional a  $\sin^3(\beta/2)$ . Posteriormente, Reindl y coautores [RBD90] propusieron modularlo por un factor  $f$  que depende de la fracción de radiación que es directa, es decir, que privilegia las condiciones de cielo despejado. El resultado es conocido como modelo HDKR, y plantea incluir en el modelo HD la componente de brillo de horizonte según,

$$I_{hz}^{HDKR} = I_{bc}^{HD} f \sin^3 \left( \frac{\beta}{2} \right), \quad (4.31)$$

donde el factor  $f$  depende de la fracción difusa de la siguiente manera:

$$f = \sqrt{\frac{I_{bh}}{I_h}} = \sqrt{1 - f_d}. \quad (4.32)$$

En condiciones de cielo muy claro, con  $f_d \approx 0,10$ , este factor alcanza un máximo de  $f \approx 0,95$ . En condiciones cubiertas  $f = 0$  de modo que no hay contribución de brillo de horizonte. Esta contribución se suma a la radiación difusa incidente en la superficie con el mismo factor de forma que la isotrópica, de modo que bajo el modelo HDKR se tiene que:

$$I_i^{HDKR} = r_b(\beta, \gamma) (I_{bh} + \tau_b I_{dh}) + I_{dh}(1 - \tau_b) \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \left[ 1 + f \sin^3 \left( \frac{\beta}{2} \right) \right] + I_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right). \quad (4.33)$$

En términos adimensionados la ecuación se expresa como:

$$r_i^{HDKR} = r_b(\beta, \gamma) (1 - \tilde{f}_d) + \tilde{f}_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \left[ 1 + f \sin^3 \left( \frac{\beta}{2} \right) \right] + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right). \quad (4.34)$$

En todos los casos, previo a aplicar alguno de estos modelos, es necesario contar con las componentes de irradiación global por separado. O bien se cuenta con medidas de ambas componentes (no es lo más usual) o bien se deben usar los modelos de separación introducidos en la Sección 3.4.1. Para finalizar, mencionamos que existe una gran diversidad de modelos de transporte en uso corriente. Hemos mencionado un par que incluyen efectos anisotrópicos en forma simple y tienen desempeño razonable. Pero otros modelos pueden alcanzar mejores desempeños en aplicaciones concretas. Una revisión reciente sobre el desempeño de varios modelos de transporte puede encontrarse en [Yan16].

#### 4.2.4. Evaluación de modelos de transporte a escala intra-día en Uruguay

Existe aún poco trabajo vinculado a la evaluación de modelos de transporte en Uruguay. Desde 2015 el Laboratorio de Energía Solar (LES) ha llevado adelante una campaña de recolección de datos de irradiancia global sobre plano inclinado en varias de sus estaciones. Sin embargo, estos datos no son tan confiables como los registrados en plano horizontal. Al registrar irradiancia en un plano inclinado es muy importante mantener la estabilidad del plano de medición y su inclinación  $(\beta, \gamma)$  durante largos períodos de tiempo. Existe al momento (mayo 2020), un único conjunto de datos simultáneos de irradiancia global y difusa sobre plano horizontal, directa en incidencia normal y global sobre plano inclinado, registrados en el LES de Salto. Este conjunto de datos ha sido parcialmente analizado, filtrado y procesado por I.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

Piccioli (LES) y se usaron para evaluar el desempeño de varios modelos de transporte a plano inclinado, entre ellos, los tres presentados en el apartado anterior. El trabajo está aún en marcha, pero ya se cuenta con resultados preliminares que describiremos aquí.

Para el análisis de desempeño se utilizaron datos minutales correspondientes a los años 2015-2016 registrados en el LES, que incluían medidas de  $G_h$ ,  $G_{dh}$ ,  $G_{bn}$  y  $G_i$  a una inclinación  $\beta = 30^\circ$  con orientación Norte. Las medidas de  $G_h$  y  $G_i$  se realizaron con piranómetros clase B (ver Capítulo 5) calibrados en el LES con trazabilidad técnica al patrón mundial de radiación solar. Las medidas auxiliares de irradiancia solar directa y difusa se registraron por un pirheliómetro KZ-CHP1 y un piranómetro clase A con esfera de sombreado, respectivamente, ambos montados en un seguidor solar de precisión. Esto permite evaluar el impacto de usar los métodos de separación directa-difusa (Sección 3.4) en la incertidumbre asociada al transporte de plano horizontal a plano inclinado. Se integraron estos datos en dos escalas temporales, 15-minutal (PX15) y horaria (PX60), que fueron el objetivo de la evaluación de desempeño.

Se consideraron 10999 (5068) datos diurnos PX15 (PX60) y se sometieron a un proceso de filtrado para descartar datos con problemas. Los detalles del filtrado pueden consultarse en la Ref. [PA18]. De este proceso, con un descarte de 24 % (25 %) quedaron 8335 registros PX15 y 3795 registros PX60 que se usaron como base para la comparación. Los modelos fueron evaluados por separado utilizando la directa y difusa medidas, sin utilizar modelos fenomenológicos de separación. Los indicadores utilizados son el MBD y RMSD, Ec. (3.39), ambos expresados en términos relativos al promedio de las medidas. Esta media fue de  $535.1 \text{ W/m}^2$  para PX15 y  $532.4 \text{ W/m}^2$  para PX60. El Cuadro 4.2 muestra los resultados obtenidos. En los gráficos de dispersión mostrados en la Fig. 4.6, se comparan las medidas de irradiación global en plano inclinado contra los valores estimados por el modelo isotrópico a nivel PX15 y PX60.

modelo	15-minutal		horaria	
	rMBD	rRMSD	rMBD	rRMSD
<b>Isotrópico</b>	-3.2	5.0	-2.6	4.5
<b>HD</b>	-1.4	3.3	-1.2	2.9
<b>HDKR</b>	-1.3	3.2	-1.1	2.9
media $I_i$	$535.1 \text{ W/m}^2$		$532.4 \text{ W/m}^2$	

Cuadro 4.2: Indicadores de desempeño para los modelos de transporte. Se consideran los modelos isotrópico, HD y HDKR, y se usan medidas de directa y difusa para separar las componentes de irradiación global horizontal. Todos los indicadores se expresan como porcentaje de la media de las medidas, indicada en la última fila en cada caso.

## 4.2. Modelado de radiación sobre superficies inclinadas

---

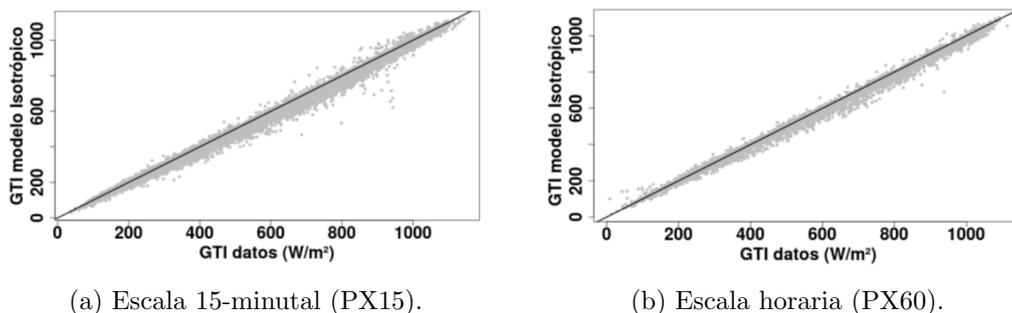


Figura 4.6: Gráficos de dispersión (estimado vs medidas) para el modelo isotrópico en dos escalas de tiempo. Figura de [PA18].

A partir del análisis de esta información se pueden realizar algunas afirmaciones:

- La incertidumbre característica asociada al uso de estos modelos de transporte se encuentra entre 5 % (isotrópico) y 3 % (HDKR), tanto a nivel horario como sub-horario. Esto es bajo y comparable a la incertidumbre asociada a las medidas horarias sobre plano horizontal (5 %), por lo tanto los métodos de transporte no están aumentando la incertidumbre de partida, si se cuenta con medidas confiables de directa y difusa.
- Todos los modelos considerados subestiman la irradiación global en plano inclinado tanto a nivel 15-minutal como a nivel horario. Esto se manifiesta por sesgos negativos que van de -3 % (isotrópico) a -1 % (HDKR). La subestimación es menor en HD y menor aún en HDKR, ya que estos modelos tienen en cuenta algunos efectos anisotrópicos.

Si no se cuenta con medidas confiables de las componentes directa y difusa (el caso mas frecuente, en la práctica), se debe recurrir a métodos de separación como los mostrados en la Sección 3.4. En ese caso, se introducen incertidumbres del orden de 20 % en la estimación de las componentes difusa y directa, y los modelos de transporte mas sofisticados reducen su efectividad significativamente. El modelo más robusto a incertidumbres asociadas a la etapa separación, entre los tres modelos considerados, es el modelo más simple, el isotrópico, y presenta los mejores indicadores en este caso.

Estos resultados deben considerarse preliminares, ya que se requiere más información (otros sitios, otros ángulos y orientaciones, y otros modelos) para poder caracterizar la incertidumbre asociada al transporte a plano inclinado en combinación con modelos de separación, que es su uso más frecuente.

### 4.3. Modelado de irradiación diaria sobre superficies inclinadas

El método más confiable para estimar la irradiación diaria sobre una superficie inclinada es contar con datos horarios o sub-horarios de radiación global sobre plano horizontal y sus componentes, aplicar los modelos de transporte de la sección anterior y luego generar el acumulado diario (diurno)  $H_i$ . Existen situaciones donde no se disponen de datos en alta resolución temporal (minutal, 10-minutal, horario), o dichos datos presentan “huecos” importante (datos faltantes), y sólo valores diarios están disponibles, por lo que no es posible utilizar la estrategia anterior. Por otro lado, para objetivos de diseño en arquitectura, análisis del sector agropecuario o para prediseño de instalaciones de aprovechamiento de la energía solar, es frecuente trabajar a nivel de totales diarios (por ejemplo para un año típico de datos diarios) o a nivel de medias mensuales de valores diarios (por ejemplo, utilizando valores mensuales climatológicos) para estimar el comportamiento promedio mes a mes. En los casos en que no se cuente con datos de alta resolución temporal o no se requiera trabajar a este nivel, es útil contar con una extensión de los métodos de transporte anteriores para transportar irradiación global diaria sobre plano horizontal a un plano inclinado. El pasaje a medias mensuales es inmediato a partir del método diario y no será considerado en detalle.

A modo de ejemplo, la Ec. (4.23) del modelo isotrópico horario puede generalizarse inmediatamente a nivel diario, sumando hora a hora:

$$\boxed{H_i^{iso} = R_b H_{bh} + H_{dh} \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + H_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right)}, \quad (4.35)$$

donde se ha introducido la razón directa diaria:

$$R_b \equiv \frac{H_{bi}}{H_{bh}}. \quad (4.36)$$

Es necesario para la Ec. (4.35), si no se cuenta con ambas componentes de la irradiación global ( $H_h = H_{bh} + H_{dh}$ ), separarlas previamente usando (por ejemplo) el modelo de Erbs et al. a escala diaria, introducido en la Sección 3.4.3.

La razón inclinada diaria  $R_i$  se define como el cociente entre la irradiación global sobre la superficie inclinada y la irradiación global horizontal, según:

$$R_i \equiv \frac{H_i}{H_h}. \quad (4.37)$$

### 4.3. Modelado de irradiación diaria sobre superficies inclinadas

---

Su expresión para el modelo isotrópico queda:

$$R_i^{iso} = R_b(1 - F_d) + F_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (4.38)$$

donde  $F_d = H_{dh}/H_h$  es la fracción difusa diaria. El problema del transporte a nivel diario pasa a ser entonces el de obtener una expresión adecuada para  $R_b$ , sin tener que calcularla a partir de los valores a nivel horario (o sub-horario) como:

$$R_b = \frac{\sum_j r_b(j) I_{bh}(j)}{\sum_j I_{bh}(j)}. \quad (4.39)$$

Puede verse que la razón directa diaria  $R_b$  es un promedio ponderado de la razón directa horaria ( $r_b$ ) con la irradiación directa horaria sobre plano horizontal como factor de ponderación. Es decir, las horas con más irradiación pesan más en el cálculo de  $R_b$ .

#### 4.3.1. Razón directa diaria

Las consideraciones anteriores hacen que la razón directa diaria no sea una cantidad estrictamente geométrica. No obstante, utilizando una hipótesis simple (conocida como hipótesis de Liu y Jordan) es posible aproximar *analíticamente*  $R_b$  para una superficie de orientación arbitraria. Esto resuelve en forma efectiva el transporte de la componente directa de irradiación diaria a un plano inclinado. El planteamiento del problema se presenta en la Ec. (4.40).  $R_b$  puede expresarse como un cociente de integrales diarias, de la siguiente manera, donde la hipótesis de Liu y Jordan se utiliza en el pasaje de la primera fila a la segunda:

$$\begin{aligned} R_b &= \frac{H_{bi}}{H_{bh}} = \frac{\int_{\omega_{ss}}^{\omega_{ps}} G_{bi} d\omega}{\int_{-\omega_s}^{\omega_s} G_{bh} d\omega} = \frac{\int_{\omega_{ss}}^{\omega_{ps}} \tau_b G_0 \cos \theta d\omega}{\int_{-\omega_s}^{\omega_s} \tau_b G_0 \cos \theta_z d\omega} \\ &\approx \frac{\int_{\omega_{ss}}^{\omega_{ps}} \cos \theta d\omega}{\int_{-\omega_s}^{\omega_s} \cos \theta_z d\omega} = \frac{H_{0i}}{H_{0h}}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Corresponden varios comentarios sobre este último desarrollo:

- Ambos integrales son sobre la “duración del día” vista por cada superficie (periodo de incidencia de la radiación directa sobre cada superficie). Los límites de integración del denominador son los ángulos de salida

### 4.3. Modelado de irradiación diaria sobre superficies inclinadas

---

y puesta del Sol del plano horizontal,  $\pm\omega_s$ , dados por la Ec. (2.16), y los límites de integración del numerador son los ángulos de salida y puesta del Sol del plano inclinado,  $\omega_{ss}$  y  $\omega_{ps}$ , que se calculan a través de las expresiones de la Sección 4.1.2. Para una superficie orientada al ecuador,  $\omega_{ss}$  y  $\omega_{ps}$  son iguales en valor absoluto ( $\pm\omega'_s$ ) con  $\omega'_s$  dado por la Ec. (4.9).

- La irradiancia TOA,  $G_0 = G_s F_n$ , se supone constante a lo largo del día, variando sólo con el día del año  $n$  en términos de la corrección orbital,  $F_n$ . En realidad, la variación de  $F_n$  es instantánea, pero se desprecia la variación intra-día, como hemos hecho hasta ahora.
- La transmitancia directa  $\tau_b = G_b/G_0$  varía a lo largo del día con las condiciones atmosféricas y su “eliminación” de la expresión no está justificada. La hipótesis de Liu y Jordan [LJ60] es justamente considerar para este cálculo que  $\tau_b$  es constante a lo largo del día, por lo que podría salir de las integrales y cancelarse en el cociente. Esta hipótesis a demostrado ser una buena aproximación en la práctica, lo que equivale a suponer que la razón directa diaria a nivel de superficie es igual a su valor a nivel TOA, donde el cálculo es estrictamente geométrico.

La integral del denominador es la misma que ya se realizó para calcular la irradiación TOA diaria sobre un plano horizontal, en la Ec. (2.37). La integral del numerador se realiza analíticamente, ya que el coseno del ángulo de incidencia es una combinación lineal de senos y cosenos en  $\omega$ ,

$$\cos \theta = A + B \cos \omega + C \sin \omega$$

donde las constantes  $A$ ,  $B$  y  $C$  no dependen de  $\omega$  y pueden inferirse rápidamente a partir de la Ec. (4.1):

$$\begin{aligned} A &= \sin \delta \sin \phi \cos \beta + \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \gamma, \\ B &= \cos \delta \cos \phi \cos \beta - \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \gamma, \\ C &= \cos \delta \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned} \quad (4.41)$$

Una vez realizadas las integrales, se obtiene la expresión para la razón directa diaria para una superficie de orientación arbitraria,

$$R_b = \frac{A(\omega_{ps} - \omega_{ss}) + B(\sin \omega_{ps} - \sin \omega_{ss}) - C(\cos \omega_{ps} - \cos \omega_{ss})}{2(\omega_s \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \sin \omega_s)}, \quad (4.42)$$

donde la diferencia  $\omega_{ps} - \omega_{ss}$  y  $\omega_s$  deben expresarse en radianes.

### Razón directa diaria para una superficie orientada al ecuador

Para el caso de superficies orientadas al ecuador, el de mayor interés para la producción de energía, podemos usar el concepto de latitud equivalente ( $\phi' = \phi + s\beta$ ) y obtener rápidamente una expresión simple para  $R_b$ . Este procedimiento es significativamente más sencillo que el anterior, y resulta en la siguiente expresión:

$$R_b = \frac{H_{0i}}{H_{0h}} = \frac{H_{0h}(\phi + s\beta)}{H_{0h}(\phi)} = \frac{\omega'_s \sin \delta \sin(\phi + s\beta) + \cos \delta \cos(\phi + s\beta) \sin \omega'_s}{\omega'_s \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \sin \omega'_s} \quad (4.43)$$

donde  $s = 1$  y  $\phi < 0$  para el H.S., y  $s = -1$  y  $\phi > 0$  para el H.N. El ángulo  $\omega'_s$  es el ángulo horario de puesta de Sol (en radianes) para una superficie inclinada orientada al ecuador, dado por la Ec. (4.9). La Ec. (4.43) es equivalente a usar la Ec. (4.42) con  $\gamma = 0$  (H.S., superficie orientada al Norte) o  $\gamma = \pi$  (H.N., superficie orientada al Sur). Los valores de  $R_b$  para cada día del año, para latitudes  $\phi = -30^\circ$  y  $\phi = -35^\circ$  e inclinaciones  $\beta = \phi$  y  $\beta = \phi \pm 15^\circ$  se tabulan en el apéndice de la Ref. [AD13] (Cuadro A.3) para superficies orientadas al Norte. Los valores adecuados a superficies orientadas al ecuador pueden usarse con poco error para  $|\gamma| < 15^\circ$ .

La Figura 4.7 muestra la variación de  $R_b$  con el día del año para varias inclinaciones de una superficie orientada al Norte en dos latitudes relevantes para Uruguay (Montevideo y Salto). Se puede observar que para los meses de invierno inclinar las superficies aumenta la captación directa en relación a un plano horizontal, con valores de  $R_b > 1$ , incluso alcanzando valores del orden de  $R_b \approx 2,0-2,5$ . Inclinar las superficies es más efectivo en sitios ubicados más al Sur (para el H.S.), y los valores de  $R_b$  alcanzables son mayores. En verano el efecto es el contrario, e inclinar las superficies disminuye la captación respecto a un plano horizontal ( $R_b < 1$ ).

En forma similar, la razón directa diaria promedio mensual se define por:

$$\bar{R}_b = \frac{\bar{H}_{bi}}{\bar{H}_{bh}}. \quad (4.44)$$

Observe que con esta definición la razón directa mensual no coincide exactamente con el promedio de las razones directas diarias, aunque su valor será similar.

La manera más simple de estimar esta razón directa es utilizar la Ec. (4.43) el *día típico de cada mes*,  $n^*$ , tabulados en el Cuadro 2.3. En otras palabras, se puede estimar  $\bar{R}_b$  para cada mes del año, calculando la razón directa  $R_b$  para los días típicos de cada mes y tomar  $\bar{R}_b = R_b |_{n^*}$ . Alternativamente, con

### 4.3. Modelado de irradiación diaria sobre superficies inclinadas

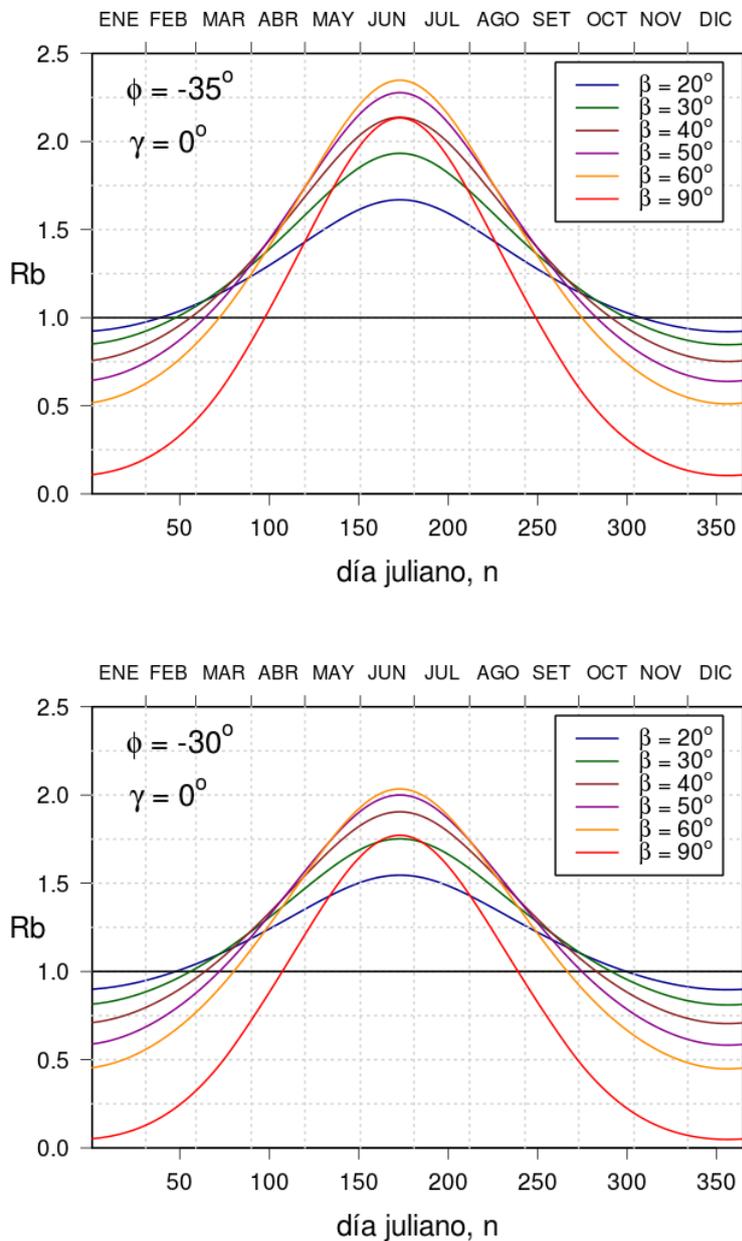


Figura 4.7: Razón directa diaria para una superficie orientada al Norte ( $\gamma = 0$ ) calculada a partir de la Ec. (4.43) para cada día del año, varias inclinaciones y dos latitudes relevantes en Uruguay (H.S.):  $\phi = -35^\circ$  (panel superior) y  $\phi = -30^\circ$  (panel inferior). La línea horizontal corresponde a una superficie horizontal,  $R_b = 1$  y  $\beta = 0^\circ$ . En el eje superior se indican los meses del año, de donde se puede estimar el valor mensual  $\bar{R}_b$  para cada mes.

### 4.3. Modelado de irradiación diaria sobre superficies inclinadas

un poco más de trabajo, puede calcularse  $R_b$  para cada día del mes y luego, calcular directamente los valores medios  $\bar{H}_{bi}$  y  $\bar{H}_{bh}$  a partir de las irradiaciones diarias correspondientes, que deben estimarse a partir de los datos que estén disponibles.

#### 4.3.2. Razón inclinada diaria con modelo isotrópico

La Fig. 4.8 muestra el comportamiento de la razón inclinada diaria  $R_i = H_i/H_h$  para Montevideo ( $\phi = -35^\circ$ ), con orientación Norte y utilizando el modelo isotrópico. Para este gráfico se utilizó  $K_T = 0,5$  para todos los días, la reflectividad del suelo en  $\rho_g = 0,20$  (que corresponde a pasto seco) y el modelo de Erbs et al. a escala diaria para estimar la fracción difusa diaria (ver Ec. (4.38)). La razón directa diaria,  $R_b$ , se calculó a partir de la Ec. (4.43). Las similitudes entre las Figs. 4.8 y 4.7 son evidentes, y similares conclusiones se pueden obtener de ambas figuras (como las comentadas para la Fig. 4.7). Esto se debe a que la razón directa tiene un rol dominante en la razón inclinada, dado que la contribución de la radiación difusa al plano inclinado es menor que la de la radiación directa. La Fig. 4.8 debe tomarse sólo a efectos ilustrativos, en tanto para su elaboración se tomaron algunos supuestos fuertes sobre las características locales, como  $K_T = 0,5$ , que implica que todos los días tengan similar nubosidad.

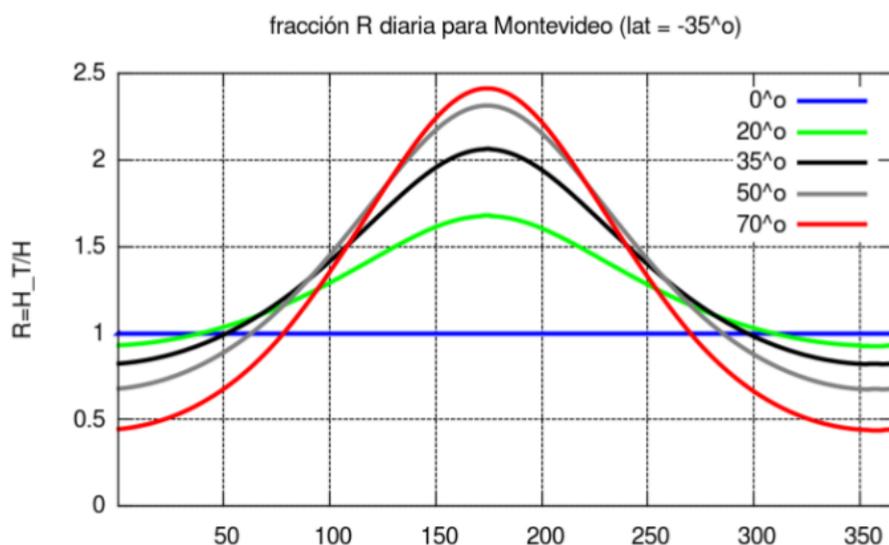


Figura 4.8: Variación de la razón inclinada diaria  $R_i$  con el día del año y la inclinación  $\beta$  para varias inclinaciones de una superficie orientada al Norte en Montevideo.  $R_i$  se calculó usando el modelo isotrópico, Ec. (4.37), con  $K_T = 0,50$ ,  $\rho_g = 0,20$  y se usó la correlación diaria de Erbs et al. para estimar valores típicos para la fracción difusa diaria.

### 4.3.3. Anisotropía en modelos de transporte diarios

Para incluir efectos de anisotropía en los modelos diarios se puede proceder en forma análoga a los modelos horarios y sub-horarios (ver Subsección 4.2.3). Para ello podemos definir una transmitancia directa efectiva diaria, según,

$$T_b = \frac{H_{bh}}{H_{0h}} = (1 - F_d) K_T, \quad (4.45)$$

y generalizar el modelo de Hay y Davies (HD) para estimar la irradiación difusa diaria, en este caso, la radiación difusa de la bóveda celeste, la circumsolar y la reflejada en el suelo. Este razonamiento lleva a la siguiente expresión:

$$H_i^{HD} = R_b (H_{bh} + T_b H_{dh}) + H_{dh} (1 - T_b) \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + H_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right). \quad (4.46)$$

En términos adimensionados, la razón inclinada diaria del modelo HD es:

$$R_i^{HD} = \frac{H_i}{H_h} = (1 - \tilde{F}_d) R_b(\beta) + \tilde{F}_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right), \quad (4.47)$$

donde  $\tilde{F}_d$  es la *fracción difusa efectiva diaria*, calculada según,

$$\tilde{F}_d = F_d (1 - T_b) = F_d (1 - K_T + F_d K_T). \quad (4.48)$$

Este modelo dará valores algo más altos sobre la superficie inclinada en días claros, debido al tratamiento de la anisotropía asociada a la radiación circumsolar. El modelo Hay y Davies representa un buen compromiso entre simplicidad y precisión.

Sin embargo, en algunas condiciones (por ejemplo, cálculo de irradiación en aberturas verticales o altos albedos de superficie) puede ser de interés modificar este modelo para incluir el aporte de brillo de horizonte y transformarlo en un modelo tipo HDKR. Para ello es necesario definir un coeficiente  $F$  diario efectivo, siguiendo el ejemplo de la Ec. (4.32), se tiene que:

$$F = \sqrt{1 - F_d}. \quad (4.49)$$

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

---

De este modo puede evaluarse la irradiación diaria según el modelo HDKR,

$$\begin{aligned}
 H_i^{HDKR} = & R_b (H_{bh} + T_b H_{dh}) + \\
 & H_{dh} (1 - T_b) \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \left[ 1 + F \sin^3 \left( \frac{\beta}{2} \right) \right] + \\
 & H_h \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right).
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Y la razón inclinada correspondiente,

$$R_i^{HDKR} = R_b (1 - \tilde{F}_d) + \tilde{F}_d \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \left[ 1 + F \sin^3 \left( \frac{\beta}{2} \right) \right] + \rho_g \left( \frac{1 - \cos \beta}{2} \right),$$

donde  $\tilde{F}_d = F_d (1 - T_b)$  es una fracción difusa diaria modificada.

Es importante destacar que ninguna de estas expresiones diarias para transporte de irradiación horizontal a plano inclinado ha sido comparada contra datos de superficie en Uruguay, por lo que deben usarse estos modelos diarios con precaución. Hasta tanto no se cuente con una evaluación de estos modelos para el clima de la región, es más confiable (aunque más trabajoso) utilizar los modelos a nivel horario o sub-horario, para luego calcular las integrales diarias.

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

Las expresiones y métodos presentados hasta aquí permiten estimar la irradiación incidente sobre una superficie inclinada para cada momento del año. Las exigencias de diseño de una aplicación concreta pueden incluir demandas estacionales; por ejemplo, en una aplicación de calefacción solar o calentamiento solar de agua sanitaria, uno quiere maximizar la salida de energía en invierno y buscará inclinaciones grandes. En una aplicación de calentamiento de agua para una casa que sólo se usa en verano o para aplicaciones de refrigeración solar, uno quiere maximizar la salida en verano y buscará inclinaciones pequeñas. En otras aplicaciones, se prioriza una disponibilidad de energía lo más pareja posible durante todo el año, o maximizar la producción anual. Todas estas demandas de diseño pueden requerir ajustar en forma diferente la inclinación de la superficie de captación. En una situación general, uno debe estimar los valores óptimos de  $\beta$  y  $\gamma$  a partir de datos de largo plazo para una ubicación dada, o una serie anual típica.

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

---

La variable a maximizar depende de la aplicación específica, según sea su especificación, y de las características del clima local. Se debe advertir que no necesariamente el ángulo que optimiza la irradiación sobre los paneles es el ángulo que maximiza la salida de la aplicación, dado que otras variables de diseño podrían ser afectadas por la inclinación y podrían afectar la producción de la aplicación. Un caso típico es la optimización de la inclinación en parques de energía solar fotovoltaica: mayores ángulos implican mayor sombreadamiento sobre las filas posteriores de paneles, por lo que la optimización de la inclinación a nivel de generación solar resulta en ángulos menores que la optimización del recurso incidente sobre los paneles.

No obstante lo anterior, es útil conocer el comportamiento típico de la irradiación sobre superficies inclinadas en términos anuales y con resolución diaria, utilizando hipótesis simplificadas, como usar un valor de  $K_T = 0,5$  constante. Este análisis permite empezar a fijar intuición respecto a la inclinación de superficies captadoras y sirve como línea de base para análisis de mayor complejidad. Dado que la irradiación sobre plano inclinado no varía mucho para  $|\gamma| < 15^\circ$  y que, salvo casos muy excepcionales, la orientación al ecuador es la más conveniente, el análisis posterior fija  $\gamma = 0$  y utiliza  $\beta$  como variable a optimizar. La Fig. 4.9 muestra la irradiación diaria incidente sobre un plano orientado al Norte utilizando el modelo isotrópico y varias inclinaciones en Montevideo ( $\phi = -35^\circ$ ). El análisis se realiza en base al modelo isotrópico a escala diaria, utilizando  $K_T = 0,5$ ,  $\rho_g = 0,20$  y la fracción difusa diaria estimada por el modelo fenomenológico de Erbs et al.

Algunas observaciones se puede realizar de la Fig. 4.9. Una inclinación igual a la latitud minimiza las variaciones entre invierno y verano, obteniendo un perfil de captación más homogéneo durante el año. El plano horizontal maximiza la captación en verano y una inclinación de  $beta \simeq |\phi| + 15^\circ = 50^\circ$  maximiza la irradiación incidente en los meses de invierno. Observe sin embargo que inclinaciones mayores pueden llegar a reducir la captación invernal en esta latitud. Este es un comportamiento típico y genérico de la irradiación  $H_T$  sobre superficies inclinadas, cuyos valores específicos pueden variar de acuerdo al clima local, es decir, cuando las series de  $K_T$  y  $F_d$  utilizadas son representativas del sitio específico y no fijas en el tiempo.

Para ilustrar los efectos de la inclinación de una superficie en cuanto a la energía incidente, se puede calcular la irradiación anual sobre un plano inclinado en función de  $\beta$ . Una forma rápida de hacer esto es evaluar la irradiación diaria usando la Ec. (4.35) o (4.46) evaluándolas para el día típico de cada mes del año para diferentes inclinaciones. Luego, para calcular la energía anual, acumular los totales mensuales (con los números de días de cada mes). Para ello, similar a lo anterior, la Fig. 4.10 fija un valor de  $\bar{K}_T =$

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

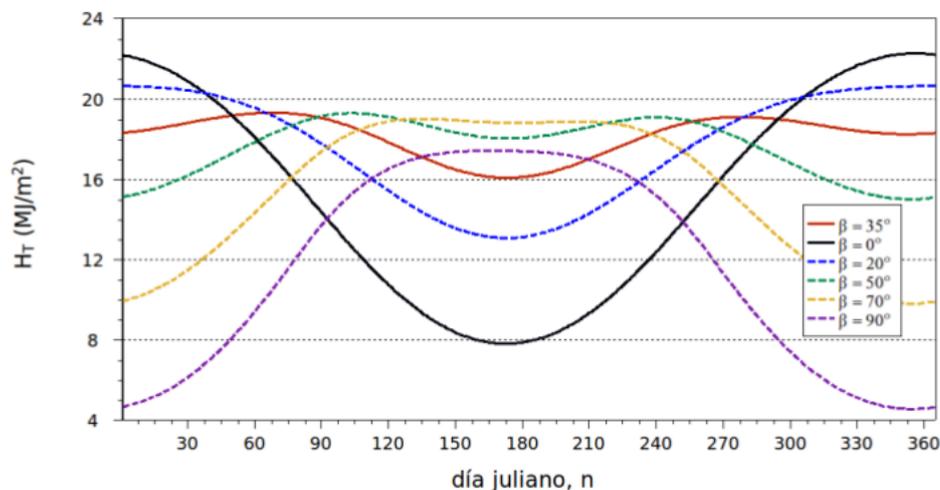


Figura 4.9: Variación de la irradiación diaria  $H_i$  (en  $\text{MJ/m}^2$ ) con el día del año en Montevideo ( $\phi = -35^\circ$ ) para varias inclinaciones  $\beta$  a partir de la Ec. (4.35) (modelo isotrópico), suponiendo  $K_T = 0,50$ ,  $\rho_g = 0,20$  y usando la correlación diaria de Erbs et al. para estimar valores típicos para la fracción difusa diaria.

0,50 para todos los meses<sup>6</sup>. Asumimos de nuevo una reflectividad del suelo de  $\rho = 0,20$  y el modelo diario de Erbs et al. para la fracción difusa diaria. La Fig. 4.10 muestra el resultado de este cálculo usando todos los meses del año (curva roja) y solo los meses de invierno (curva azul, amplificada por un factor de escala 3.5). El máximo anual tiene lugar para  $\beta = |\phi| = 35^\circ$ , igual al valor absoluto de la latitud. Para maximizar la captación en invierno en esta latitud, se requiere una inclinación  $\beta = 60^\circ$  o  $\beta = |\phi| + 25^\circ$ . Como se puede apreciar en la figura, los máximos son bastante planos y la energía incidente varía poco con variaciones en la inclinación.

Las Figs. 4.11 y 4.12 muestran este tipo de información para el hemisferio norte (H.N.), con  $\phi = 45^\circ$ ,  $\bar{K}_T = 0,50$  y una superficie orientada al Sur. Pueden leerse para el H.S. simplemente cambiando los meses del año y usando  $-\phi$  como latitud. La Fig. 4.11 está basada en medias mensuales y muestra la variación del total diario sobre un plano inclinado con varias inclinaciones en función del día del año. Es la versión de la Fig. 4.9 para otra latitud del H.N. La Fig. 4.12 muestra la variación con la inclinación (a) y el azimut (b) del total de irradiación anual sobre un plano inclinado en el H.N. orientado al Sur y ubicado a latitud  $\phi = 45^\circ$ . En ambos casos, los máximos son bastante planos y variaciones con respecto a la inclinación óptima exacta son tolerables.

En suma, una superficie orientada aproximadamente hacia el ecuador ma-

<sup>6</sup>El cálculo podría ser mejorado usando un valor medio  $\bar{K}_T$  específico para cada mes.

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

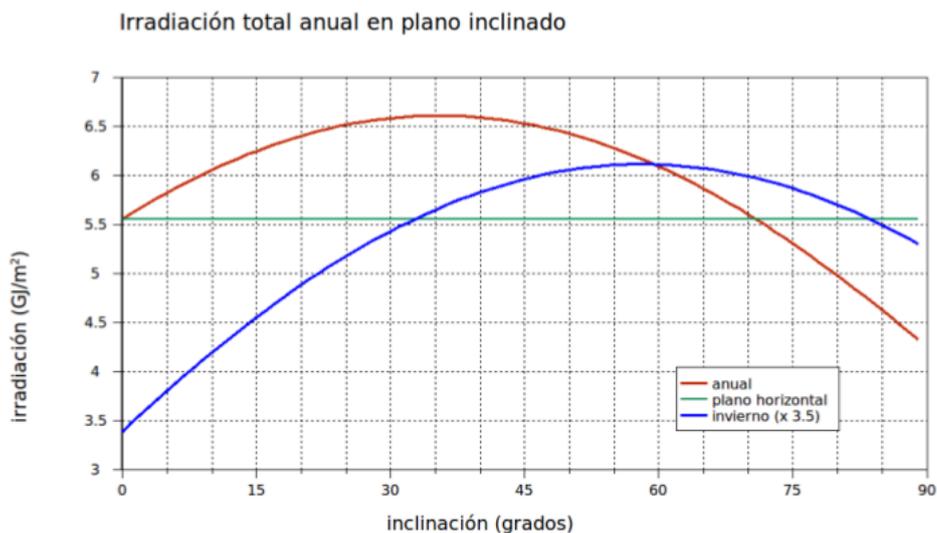


Figura 4.10: Variación de irradiación total anual (curva roja, en  $\text{GJ/m}^2$ ) con la inclinación  $\beta$ . La curva azul corresponde al total de invierno, multiplicado por un factor 3.5 para escalarlo a la curva roja. La línea verde muestra el total anual para plano horizontal, como referencia, que no es representativo de la situación real en Montevideo, dado que se utilizó un valor de  $K_T = 0,5$ . El análisis se realizó con el modelo isotrópico diario y base mensual, utilizando el día típico  $n^*$  de cada mes, y las hipótesis usuales sobre  $\rho_g$  y  $F_d$ .

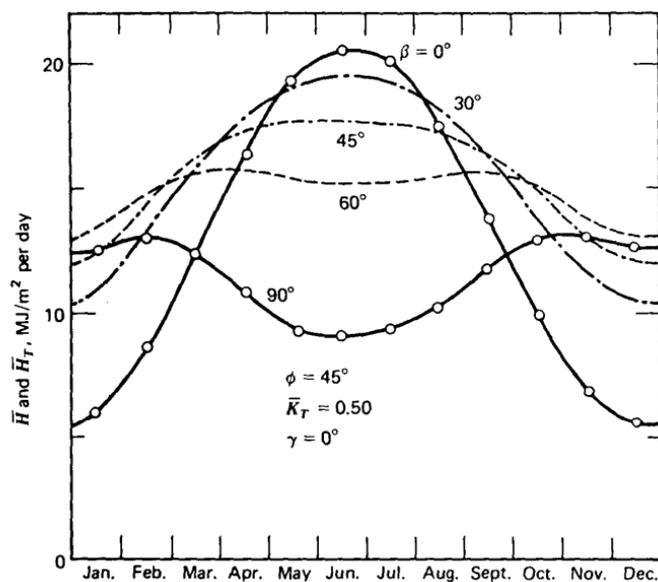


Figura 4.11: Efecto de la inclinación en energía diaria incidente a lo largo del año para una latitud del H.N. ( $\phi = 45^\circ$ ) y distintas inclinaciones  $\beta$ . Tomado de la Ref. [DB06].

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

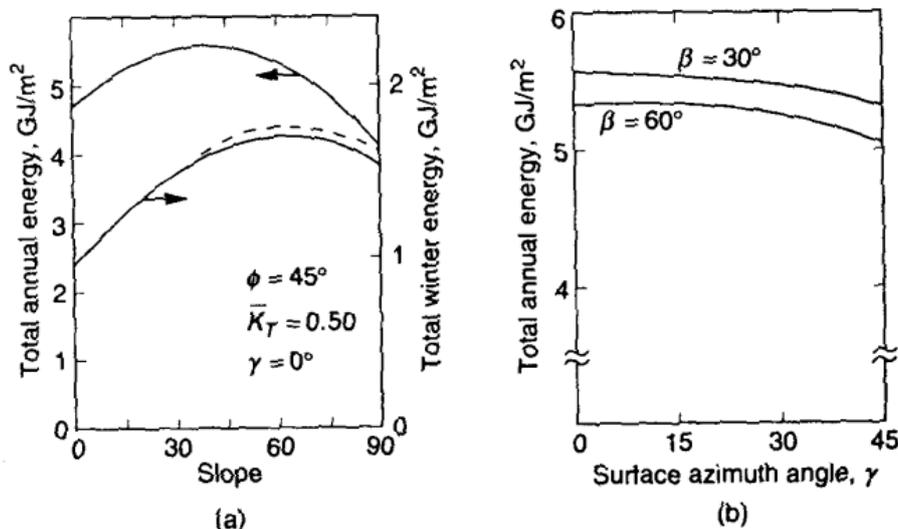


Figura 4.12: Efecto de la inclinación (a) y el azimut (b) en energía incidente anual para una latitud del H.N. ( $\phi = 45^\circ$ ). Tomado de la Ref. [DB06].

maximiza la captación de energía y esto no depende críticamente del azimut. Para valores de  $|\gamma| < 15^\circ$  se pueden usar las expresiones derivadas para superficies orientadas al ecuador con poco error. Para estas superficies orientadas al ecuador ( $\gamma \approx 0$ ), se establecen las siguientes pautas generales [DB06]:

- Para priorizar la captación en verano, la inclinación debe ser entre  $10^\circ$  o  $15^\circ$  menor que la latitud,  $|\phi|$ . Para Montevideo, sería  $\beta \simeq 20^\circ$  o  $25^\circ$ .
- Para priorizar la captación en invierno, la inclinación debe ser  $10^\circ$  o  $15^\circ$  mayor que la latitud,  $|\phi|$ . Para Montevideo, sería  $\beta \simeq 45^\circ$  o  $50^\circ$ .
- Para una captación más pareja a lo largo del año se debe tomar  $\beta \approx \phi$ . La inclinación no es crítica: desvíos de hasta  $15^\circ$  causan variaciones anuales menores a 5%.

Las consideraciones anteriores no toman en cuenta el efecto del régimen de nubosidad local y sólo refieren a la irradiación sobre las superficies de captación, no específicamente a la producción de la aplicación específica. Al asumir un índice de claridad medio  $\bar{K}_T = 0,50$ , se está asumiendo que, en promedio, la nubosidad y atmósfera combinadas atenúan la irradiación diaria en esta fracción con respecto a la irradiación TOA (ambas en plano horizontal). En la realidad, el régimen dominante de nubosidad en un sitio dado puede introducir variaciones relevantes con respecto a estos comentarios genéricos.

#### 4.4. Orientación óptima de una superficie de captación

---

Para incluir nubosidad en forma más adecuada, es necesario trabajar por ejemplo a nivel de un año típico para una localidad concreta. Para elaborar un año típico se requieren décadas de información confiable a nivel horario o sub-horario. En Uruguay, no existen series de medida de irradiancia calidad controlada de más de una década, pero existen estimativos por satélite de irradiación horaria para dos décadas con incertidumbre conocida, por lo cual ha sido posible avanzar en el armado de años típicos para cinco localidades del Uruguay usando los métodos presentados en este capítulo para estimar la irradiación horaria típica en superficies al Norte con varias inclinaciones. Por más detalles consultar <http://les.edu.uy/productos/amtues-2/>.