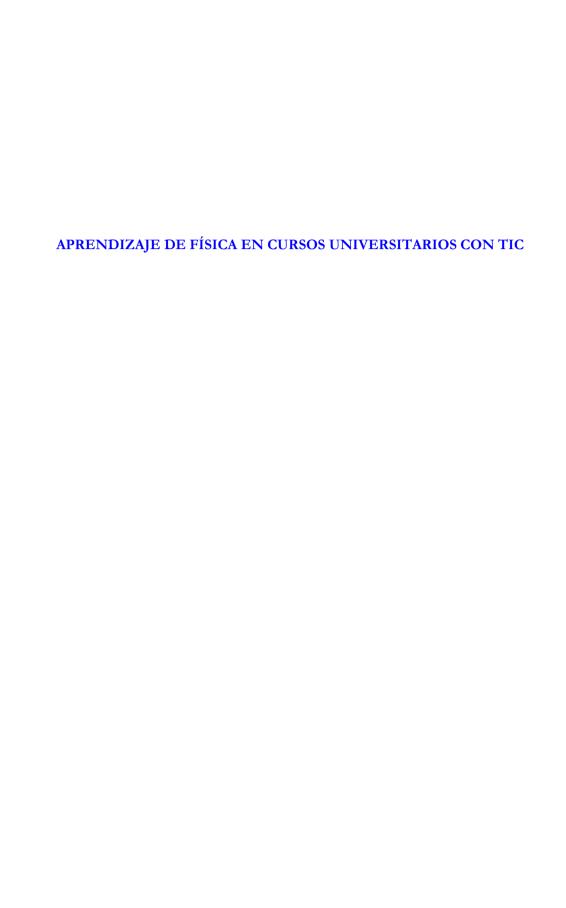
PORTADA PROVISORIA





# Aprendizaje de Física en cursos universitarios con TIC

José Luis Di Laccio

<b>Nota:</b> Este material fue elaborado en el marco de un proyecto concursable para la Elaboración de Manuales Didácticos para la Enseñanza de Grado, financiado por la Comisión Sectorial de Enseñanza (CSE) de la Universidad de la República (UdelaR).
José Luis Di Laccio, 2018.
Por sugerencias y erratas: jdilaccio@gmail.com
Comunicación y Publicaciones, CSE - UdelaR José Enrique Rodó 1854 – Montevideo CP: 11200 Tels.: (+598) 2408 0912 – (+598) 2408 2906 Telefax: (+598) 2409 77 20 www.cse.udelar.edu.uy comunicacion@cse.edu.uy ISBN: pendiente

### Dedicatoria

A Gisela, Antonella, Fernanda y a mis padres Elvides y Selva

José Luis Di Laccio

### Tabla de contenido

Prefacio	10
Introducción	12
Cap. 1: Sistemas mecánicos y oscilaciones	18
Movimientos en línea recta	19
Movimientos en dos dimensiones	37
Fuerza de rozamiento seco	49
Sistema de masa y resorte	58
Péndulo simple	66
Cap. 2: Calor, fluidos y ondas	70
Termografía infrarroja	71
Medición de temperatura	78
Fluidos conservativos en régimen permanente	85
Velocidad del sonido	89
Efecto Doppler acústico	93
Cap. 3: Electricidad, magnetismo y ondas electromagnéticas	101
Circuitos eléctricos	102
Carga y descarga de un capacitor	116
Campo magnético terrestre	120
Bobinas de Helmholtz	122
Interferencia y difracción	124
Ley de la inversa del cuadrado	127
Apéndice	130
Gráficos y reportes para el aula	131
Votadores digitales	136
Cuestionarios en Entornos Virtuales de Aprendizaje	148
Sobre el autor	155
Agradecimientos	156

# Prefacio

Este material fue elaborado en el marco de un proyecto concursable para la Elaboración de Manuales Didácticos para la Enseñanza de Grado, financiado por la Comisión Sectorial de Enseñanza de la Universidad de la República. El Prof. José Luis Di Laccio cuenta con una larga experiencia en la enseñanza de la física a nivel universitario y en la formación de docentes para la enseñanza media. En el presente Manual se reúnen varias actividades experimentales en física introductoria a nivel universitario que pueden realizarse con dispositivos económicos, fáciles de conseguir o construir y al alcance de la mayoría de los estudiantes y docentes. Los ejemplos están agrupados por áreas temáticas en la forma usual (Mecánica, Calor, Electromagnetismo) y son precedidos de una muy breve discusión del contexto teórico relevante y referencias a los textos. El público objetivo son los estudiantes de los cursos introductorios de física a nivel universitario, pero está claro que puede ser igualmente aprovechado, con una guía docente adecuada, en los cursos de física de enseñanza media.

Más allá de los ejemplos concretos presentados, el valor esencial del manual es también su objetivo central: conseguir motivar al estudiante para que asuma un rol activo en la verificación y observación de las leyes físicas que aprende en el aula. Los estudiantes que ingresan a los cursos del área científico-tecnológica llegan llenos de preguntas e inquietudes. Traen su curiosidad al aula y además traen una afinidad natural por la tecnología de uso cotidiano, en particular los teléfonos inteligentes. Muchas veces esta curiosidad inicial no sobrevive a las demandas del conocimiento organizado y formalizado, tal como se imparte en el aula o en los textos y el estudiante se ve progresivamente reducido a un rol pasivo, inerte, en el cual un aprendizaje genuino se hace cada vez más difícil.

Esta propuesta apunta a canalizar esta curiosidad y afinidad por la tecnología en la dirección de reforzar el proceso de aprendizaje, estimulando el interés del estudiante por la física básica. El mundo que nos rodea nos plantea día a día, múltiples problemas de física. En la cocina vemos varios mecanismos de transferencia de calor, al usar el celular con GPS vemos vectores desplazamiento, al tomar una foto de un objeto en movimiento vemos trayectorias y al doblar una curva en un vehículo sentimos las fuerzas no inerciales y po-

demos percibir la aceleración. La propuesta del Prof. Di Laccio transforma el mundo que nos rodea en un laboratorio y nos desafía a verificarlo y comprenderlo a través de leyes físicas simples. En ese sentido, es un enfoque refrescante y dependerá de la guía de los docentes que lo utilicen que tan lejos se puede llegar en el proceso de aprendizaje. Confío en que el presente Manual sea un punto de partida para que docentes y estudiantes se apropien de la física en forma estimulante y desafiante para ambos, ya que, al final del día, todos elegimos el camino de comprender el mundo que nos rodea a través de las leyes físicas conocidas y por conocer.

Dr. Gonzalo Abal Director, Departamento de Física CENUR Litoral Norte, UDELAR

# Introducción

Caminante, son tus huellas
el camino y nada más;
Caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.
Al andar se hace el camino,
y al volver la vista atrás
se ve la senda que nunca
se ha de volver a pisar.
Caminante no hay camino
sino estelas en la mar.

#### Antonio Machado

En el Ciclo Inicial Optativo Científico-Tecnológico (CIO-CT) del Centro Universitario Regional Litoral Norte de la Universidad de la República, se ofrecen cursos de Física universitaria de nivel de introductorio: Física 1, Física 2 y Física 3 que cubren temas de: mecánica del punto y del rígido, ondas, fluidos, nociones de termodinámica y electromagnetismo. La forma habitual de su enseñanza es a través de clases teóricas (exposiciones) y clases de práctico (resolución de ejercicios) que constituyen el enfoque tradicional en la Universidad.

El Departamento de Física del Litoral está incluyendo en algunos de sus cursos algunas variantes metodológicas de enseñanza para el aprendizaje, valiéndose de los beneficios de las nuevas tecnologías en la enseñanza de la Física. Esta línea de enseñanza para el aprendizaje está fundamentada en el trabajo de reconocidos investigadores en Enseñanza de las Ciencias Básicas, entre los cuales se encuentran: Arons Aron, Lilliam McDermott, Eric Mazur, Salvador Gil entre otros (Calderón, Núñez, Di Laccio, Mora Iannelli, Gil, 2015; Gil, 2014; Hake, 1998; Mazur, 1997; Novak, Gowin, 1988; Wieman, Perkins, 2005).

Las metodologías para el aprendizaje de la Física que se proponen se caracterizan por:

a) un aprendizaje centrado en el estudiante

- b) la realización de experimentos demostrativos que incluyen teléfonos inteligentes (smartphones) como herramienta experimental de bajo costo y acceso cuasi-universal,
- c) el diálogo socrático en el aula: preguntar para escuchar a los estudiantes y detectar aspectos a potenciar, más que brindar información unidireccionalmente.
- d) la retroalimentación continua de los aprendizajes mediante inclusión de sistemas como votadores<sup>1</sup>.
- e) la elaboración de guías flexibles para fomentar el trabajo individual y grupal del estudiante

El docente, en este marco, tiene una función estratégica de planificar, diseñar actividades, guiar las tareas que deben realizar los estudiantes y evaluar de forma continua para retroalimentar los trabajos.

Este Manual Didáctico se alinea con el aprendizaje moderno y la generación de competencias en los estudiantes en donde se incluyen algunos de los contenidos de los cursos iniciales de Física que se desarrollan en el primer y segundo semestre de los programas de formación en Ciencia, Tecnología e Ingeniería.

Con este Manual se busca aportar al logro de dos objetivos:

- Brindar a los estudiantes universitarios del primer año algunas guías para experimentar no sólo en el aula sino en cualquier lugar y momento empleando herramientas TIC y favoreciendo la creatividad y curiosidad por la ciencia.
- 2) Aportar ideas a docentes en la implementación de diversas actividades que involucran TIC en sus clases de Física básica ya que se explica el uso de algunos dispositivos que pueden usarse para potenciar tanto la enseñanza como el aprendizaje de los estudiantes.

Los contenidos del Manual se organizan en 3 capítulos, de acuerdo a su temática: Cap. 1: Sistemas mecánicos y oscilaciones (Física 1) Cap. 2: Calor, fluidos y ondas (Física 2) Cap. 3: Electricidad, magnetismo y ondas electromagnéticas (Física 3). En cada uno de ellos, se integran varias experiencias sencillas y concretas usando teléfonos celulares inteligentes y elementos de bajo costo y, propuestas de cuestionarios adaptables a su utilización en la pla-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> https://www.youtube.com/watch?v=wont2v\_LZ1E&t=323s

taforma Moodle del Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) de la Universidad, la inclusión de votadores en el aula, entre otros.

Las principales herramientas TIC que se utilizan en las propuestas de este Manual son:

a) Teléfonos celulares inteligentes: Estos dispositivos permiten, entre otras cosas, medir aceleración, de la cual se puede inferir la velocidad y distancia recorrida por un móvil. Esto posibilita realizar estudios cinemáticos de objetos como por ejemplo: caída libre, movimientos en planos inclinados, movimiento circular, péndulos, sistemas de masa y resorte. Es posible emitir y grabar sonidos, lo que posibilita varios experimentos de ondas sonoras, medir la velocidad del sonido y observar el efecto Doppler con su micrófono y un parlante. Su cámara permite capturar fotogramas y grabar videos, lo que posibilita ampliar el estudio de fenómenos a, por ejemplo, analizar la trayectoria de proyectiles.

Otra posibilidad es incorporar al teléfono accesorios tales como: lentes, redes de difracción, cámaras infrarrojas para ampliar el espectro de opciones. La gama de aplicaciones es amplia y, en todas, el denominador común es involucrar a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y estimularlos a experimentar, investigar y apropiarse del conocimiento.

Cuando se trabaja con la manipulación del teléfono inteligente se debe ser cuidadoso para no provocarle daños por caídas, golpes involuntarios entre otros, en este sentido el autor no se hace responsable por daños ocasionados a los teléfonos debido a un uso inadecuado.

b) Cuestionarios en la plataforma Moodle/EVA: el EVA ofrece varios recursos que con el enfoque metodológico adecuado colaboran con la enseñanza para el aprendizaje. En muchos casos, estos no son utilizados por el docente, por desconocimiento o falta de ejemplos motivadores. Cuando esto ocurre su uso queda reducido a una página web donde "colgar" archivos, cronogramas o materiales para el curso y donde publicar avisos generales en un foro. Este Manual proporciona ejemplos de integración de algunas funciones del EVA para producir actividades más interactivas para los estudiantes de los cursos iniciales de Física. Por ejemplo, el uso del recurso Cuestionario, puede ser incorporado para diferentes fines educativos: autoevaluación de los estudiantes, evaluación de procesos de aprendizaje por el docente y evaluación sumativa o final (evaluación en etapas), entre otros. Para los cursos iniciales de Física, este es un recurso adecuado ya que permite la

revisión de lectura, conceptos y procedimientos previo a la clase o posteriores a ella. Otro beneficio es la extensión del tiempo pedagógico del estudiante y la posibilidad real de realizar clases invertidas, es decir, que los estudiantes estudien y aprendan por su cuenta antes de la clase y no esperen a que se desarrolle el tema para luego comenzar a estudiar. Estas herramientas, bien usadas, permiten que el estudiante no venga a clase a empezar con el tema de estudio, sino que venga con algunos conceptos previamente estudiados para usar el tiempo de clase en discusiones, debates, experimentos demostrativos y para aclarar los conceptos claves y más profundos.

c) Votadores: Los votadores son sistemas de respuesta personal (o grupal) a distancia que se distribuyen entre los estudiantes en clase y permiten obtener en tiempo real información para mejorar el aprendizaje de alumnos. Los estudiantes pueden interactuar con el docente de diferentes maneras: responder preguntas en formato de múltiple opción, argumentar, pedir la participación, registrar su asistencia, entre otras. Una propuesta usual es solicitar a los estudiantes que marquen la respuesta que entiendan correcta entre un conjunto de opciones para la pregunta. A partir de las distintas opciones propuestas, se puede pedir que los estudiantes las fundamenten verbalmente, lo que en general abre discusiones enriquecedoras para todos y facilita que el docente retroalimente los conceptos y obtenga un mayor conocimiento del grupo. Pese a que su uso no está aún extendido en nuestro país, los votadores son una herramienta para el aprendizaje significativo que bien justifica su uso. Para incorporar esta técnica se necesitan al menos las siguientes instancias: diseño del tipo de test a utilizar, preparación del grupo de clase, configuración del sistema (software), aplicación del test y retroalimentación de los aprendizajes. El recurso es capaz de arrojar resultados instantáneos, que el docente puede usar para conocer el grado de comprensión de los estudiantes y, si es necesario, realizar acotaciones o volver a explicar los contenidos que no fueron comprendidos. Luego de un primer intento de respuesta del estudiante, se puede proponer retomar las preguntas incorporando discusiones de a pares entre estudiantes. Dicho intercambio genera modificaciones en la forma de pensar tanto procedimental como conceptual. Además se establece un vínculo diferente entre los estudiantes generando un clima de discusión muy positivo y un ambiente fermental para los aprendizajes que no se aprecia en otras modalidades. Un aspecto a tener en cuenta es que estos sistemas permiten almacenar la información de la actuación del estudiante de una manera sencilla.

La propuesta aquí presentada es un aporte para estudiantes y docentes que integra algunas tecnologías al alcance de todos de forma creativa y estimulan-

te para la enseñanza y el aprendizaje. Esperamos que, mediante la combinación de estas tecnologías y el trabajo individual y grupal de estudiantes, se produzca un aprendizaje significativo, duradero y una nivelación en las capacidades básicas de los estudiantes al inicio de sus estudios.

Este Manual es un complemento a los cursos introductorios de física de nivel terciario, que entendemos es útil para que el estudiante valide muchos de los conceptos y procedimientos que se proponen en clase.

#### Referencias

- Calderón S., Núñez P., Di Laccio J.L., Mora Iannelli L., Gil S (2015). Aulaslaboratorios de bajo costo, usando TIC. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 12, N°1: 212-226.
- Gil, S. (2014). Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires: Alfaomega.
- Hake, R. (1998). Interactive-engagement versus traditional methods: A sixthousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses. *American Journal of Physics*. 66(64), 64-74. doi: 10.1119/1.18809
- Mazur, E. (1997). Peer Instruction: A User's Manual, Prentice Hall. ISBN 0-13-565441-6
- Novak J. D., Gowin D. B. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca S.A.
- Wieman C., Perkins K. (2005). Transforming Physics Education. *Physics To-day*.

# Cap. 1: Sistemas mecánicos y oscilaciones

# Movimientos en línea recta

Cuando se solicita a un estudiante que planifique el recorrido a realizar y el tiempo necesario para llegar a una plaza, parque, un museo, entre otros; es probable que se ayude con alguna aplicación (App) que tienen incorporados los teléfonos inteligentes.

Maps es una herramienta de Google que permite visualizar mapas y fotografías de diferentes regiones del mundo y muchos estudiantes están familiarizados con ella. En la figura 1.1 se presenta una vista de la aplicación activa, con un óvalo de color rojo se indica una zona en donde está la sede Salto del CENUR Litoral Norte y con puntos celestes un posible camino o trayectoria desde ésta a la plaza Artigas.



Figura 1.1 Vista obtenida de Google Maps, el óvalo rojo punteado corresponde al CENUR Litoral Norte.

Esta aplicación, con interés por conocer y manipularla en modo básico, facilita conocer nuestros alrededores así como cada rincón del mundo. Su uso es muy amigable, basta con activar la ubicación en el teléfono inteligente, identificar nuestra ubicación así como el lugar al cual queremos llegar (incorporando un marcador de posición). Colocado el indicador de posición es posible tener indicaciones, visualizar de forma ampliada el lugar a donde se

quiere llegar, medir la distancia, entre otros. El usuario debe definir su trayectoria y le es posible conocer la distancia a recorrer y el tiempo necesario para el recorrido, de acuerdo con el medio de locomoción: caminando, auto o transporte público. Elegido el camino, la trayectoria del móvil se identifica con puntos celestes, modelando el movimiento como el de un punto (zona reducida) que es lo habitual cuando se quiere describir el movimiento sin entrar en detalles.

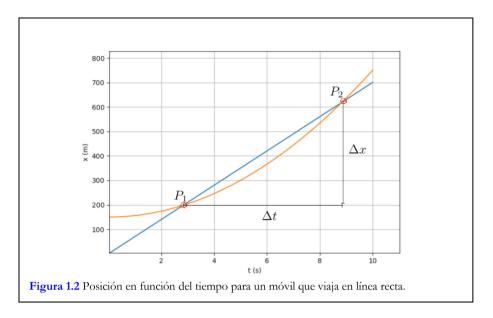
Los movimientos más sencillos de estudiar son aquellos cuyas trayectorias son líneas rectas, es decir, movimientos rectilíneos. Describirlos significa, al menos, obtener la posición, velocidad y aceleración como funciones del tiempo. Para movimientos en la horizontal se usa el eje de las "x" en su forma habitual como sistema de referencia, tomando su origen como cero y definiendo el sentido creciente hacia la derecha.

Así luego, podemos conocer las diferentes posiciones, desplazamiento y distancias recorridas por el móvil. El desplazamiento es la diferencia entre las posiciones final e inicial, y representa el efecto neto del movimiento:  $\Delta x = x_j - x_i$ . Si el desplazamiento es un valor positivo significa un desplazamiento a la derecha y si es negativo a la izquierda.

La velocidad media a lo largo del eje "x" es el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo en que este fue realizado:  $v_{m\_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ . Esta brinda información de forma general sobre el movimiento.

Si se quiere conocer de forma más precisa la velocidad en todo momento se debe determinar la velocidad media en intervalos de tiempo que tiendan a cero. La velocidad instantánea es la velocidad media calculada cuando el intervalo de tiempo tiende a cero, es decir:  $v_x = \frac{\lim_{\Delta t \to 0} \Delta x}{\Delta t}$ . Esta expresión es la definición de la derivada de la función x(t) respecto del tiempo:  $v_x = \frac{dx(t)}{dt} = x(t)$ , en física es habitual usar para una derivada temporal la notación x(t).

Comúnmente, la rapidez se confunde con la velocidad pero son conceptos diferentes. La rapidez es una magnitud escalar y se asocia a la distancia recorrida y el intervalo de tiempo empleado en recorrer dicha distancia y la velocidad es una magnitud vectorial.



El cambio de la velocidad en un intervalo de tiempo nos brinda información de la aceleración del móvil. La aceleración media es el cociente entre el cambio de velocidad y el intervalo de tiempo en que este se produce:  $a_{m_-x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$  y la aceleración instantánea se obtiene al determinar la aceleración media en un intervalo de tiempo que tiende a cero:  $a_x = \frac{lim}{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$ . Usando notación de derivadas se escribe:  $a_x = \frac{dv_x(t)}{dt} = v(t)$  o bien como la derivada segunda de la posición respecto del tiempo:  $a_x = x(t)$ . El vector aceleración coincide en dirección y sentido con el vector cambio de velocidad.

La representación gráfica de la posición en función del tiempo, x(t), de un movimiento rectilíneo permite su descripción ya que a partir de esta se puede obtener la velocidad y posteriormente la aceleración para cada instante de tiempo.

En la figura 1.2 se presenta la posición en función del tiempo para un móvil que viaja en línea recta. El gráfico permite extraer mucha información acerca del movimiento. Se pueden obtener datos para calcular velocidades medias para diferentes desplazamientos, ya que, la pendiente del segmento de recta que une los puntos P1 y P2 permite obtenerla. Si se quiere conocer una de las velocidades instantáneas basta con calcular la pendiente de la recta tangente trazada en el punto de interés, de esta manera pueden obtenerse las velocidades en cada instante de tiempo. Con las velocidades y los tiempos obtenidos

se puede obtener un gráfico  $v_x(t)$  y usando un procedimiento análogo al anterior obtener la aceleración media e instantánea.

# Movimientos rectilíneos con aceleración constante

En los movimientos rectilíneos con aceleración constante la velocidad varía a la misma tasa todo el tiempo. Por ejemplo, si la aceleración es de 2.0 m/s² esto indica que la velocidad varía aumentando su módulo 2.0 m/s en cada segundo. Es claro que en estos casos la aceleración media e instantánea no se diferencia entre sí.

Para un cuerpo con aceleración constante *a*, la velocidad y la posición en función del tiempo pueden obtenerse por (Young y Freedman, 2009; Resnick, Halliday, Krane, 2011):

$$v(t) = vi + a.t (1.1)$$

$$x(t) = xi + vi.t + \frac{1}{2}a.t^2$$
 (1.2)

En las ecuaciones anteriores, xi es la posición inicial, vi la velocidad inicial, a la aceleración y t el tiempo. Las funciones v(t) de este tipo de movimiento son lineales y su representación gráfica son rectas. Por su parte x(t) es un polinomio de segundo grado cuya representación gráfica es una parábola.

## Caída de un cuerpo

Si se dejan caer de forma simultánea y desde la misma altura una pluma y una piedra observaremos que no llegan al suelo al mismo tiempo, la piedra llega primero. Los efectos de roce con el aire son diferentes en cada caso. Este hecho, entre otros, llevó a que Aristóteles, en el siglo IV a.C., pensara que los objetos pesados caían con mayor rapidez que los ligeros.

Si los efectos del aire son insignificantes o son eliminados (haciendo vacío) la pluma y la piedra llegarán al piso al mismo tiempo sin importar su tamaño o peso. Es así que, Galileo propone un nuevo paradigma para estudiar el movimiento de caída de los cuerpos. En primer lugar observa que los cuerpos en caída recorren distancias crecientes en proporción al tiempo que tarda el movimiento. Él introduce el concepto de aceleración y propone que todos los cuerpos caen, en ausencia de roce, con la misma aceleración.

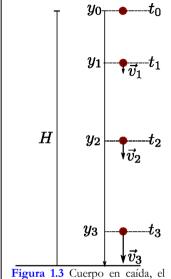
Observe la figura 1.3, donde se presenta de forma esquemática un cuerpo en caída libre, donde se ha usado el eje "y" en la dirección y sentido del movimiento con origen en el lugar donde se libera el cuerpo y se toma el sentido de la caída como creciente para y. La aceleración es constante  $a_y(t)=g$ , siendo g la aceleración debida al campo gravitatorio terrestre. Las condiciones iniciales de velocidad y posición son:  $v_{\nu}(0)=0$  e  $\gamma(0)=0$ . La velocidad y la posición en función del tiempo son:

$$v_{\nu}(t) = gt \tag{1.3}$$

$$v_{y}(t) = gt$$

$$y(t) = \frac{gt^{2}}{2}$$

$$(1.3)$$



origen del sistema de referencia es el lugar desde donde se libera el objeto con velocidad nula.

#### Proyecto 1: Estudio de la caída libre usando una fotografía

Existen diferentes métodos para estudiar la caída libre, puede usarse la cámara digital (mediante fotografías o videos) para extraer las coordenadas (x,y), la tarjeta de sonido de una computadora personal (PC), teléfonos inteligentes (smartphones) para medir aceleración, foto interruptores y reglas tipo cebra, sensores de distancia, entre otros (Terzella, Sundermier, Sinacore, Owen & Takai, 2008; Gil, 2014; Vogt, Kuhn, 2012; Kuhn, Vogt, 2013; Forinash, Wisman, 2015; Gil y Di Laccio, 2017).

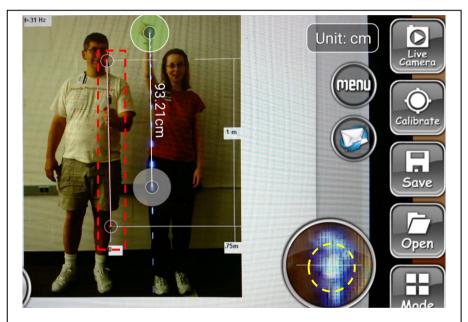


Figura 1.4 Pantalla obtenida de la App On 2D Measure, observe el recuadro rojo punteado que indica la vara referencia. El óvalo amarillo resalta la región de visualización ampliada lo que posibilita mayor precisión.

En este proyecto se propone analizar la caída libre usando una fotografía, lo que hace que sea de muy bajo costo y replicable tanto dentro como fuera del aula. El procedimiento para obtener la ley horaria de posición se basa en la extracción de las posiciones sucesivas de un led parpadeante que se deja caer, siendo su frecuencia de destello 31 Hz. La frecuencia de destello se utiliza para saber el tiempo correspondiente a cada lugar del destello.

Para obtener las posiciones del objeto en dimensiones reales la imagen cuenta con una vara de referencia que relaciona las dimensiones de la imagen (en pixeles) con las dimensiones reales, en el anexo 1 se muestra como las imágenes son en el fondo un arreglo de pixeles.

La propuesta permite describir el movimiento de la caída libre mediante la construcción de sus gráficos: y(t), v(t) y a(t) y su comparación con las ecuaciones 1.3 y 1.4 por ende evidenciar el ajuste o no con el modelo de caída libre sin roce. Por otra parte, contar con las leyes horarias, facilita determinar la aceleración gravitatoria con su incertidumbre y así compararla con otras fuentes de información.

#### Equipo

Una fotografía (led en caída libre), un teléfono inteligente o en su defecto una PC. Las PC por lo general ya tienen disponibles herramientas para visualización de imágenes (Paint®Microsoft, Draw, Corel Draw®Corel, XYExtract, entre otros) y de procesamiento de datos (Hojas de cálculo). En caso de utilizar un smartphone puede descargar desde Play Store para sistemas Android alguna aplicación de visualización de imágenes y análisis en pantalla como por ejemplo: On 2D Measure, Pantalla Gobernante o algún otro de similares características.

Existen muchas maneras para obtener las posiciones del objeto a partir de la referencia en la fotografía. La más rudimentaria y no tan precisa podría ser la utilización de una regla. En caso de usar su PC se sugiere el programa XYExtract (Pereira da Silva y Pereira da Silva, 2011), este con simples clics permite obtener la posición de un objeto (coordenadas en el plano) que pueden almacenarse en un archivo (.txt). Para este proyecto, recomendamos la utilización de la aplicación On 2D Measure, figura 1.4, ya que permite fácilmente calibrar la situación a escala real (rectángulo rojo punteado) así como un aumento de la zona en donde queremos colocar la cinta de medición, óvalo punteado de color amarillo.

#### Sugerencias de trabajo

\*\*Almacene la imagen de la figura 1.5 en su smartphone o PC y abra el archivo usando alguna herramienta de visualización de imágenes.

Defina un origen para su sistema de referencia y usando la escala real determine las posiciones del objeto en los diferentes instantes.

\*\*Realice el gráfico de la posición del objeto en función del tiempo. ¿Se ajusta al modelo teórico de la ecuación 1.4?

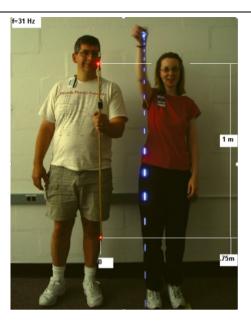


Figura 1.5 Caída libre de un led luminoso, la frecuencia de los destellos es  $(31\pm1)$  Hz y la longitud de la vara de referencia es de 1m (Terzella *et al.*, 2008).

\*\*Construya el gráfico de velocidad en función del tiempo a partir de los datos obtenidos de las diferentes posiciones<sup>2</sup>. ¿Qué tipo de relación funcional existe entre la velocidad y el tiempo? Obtenga el valor de la aceleración de caída (g) y estime su incertidumbre.

\*\*Compare el valor de la aceleración obtenida en la caída del objeto con valores de *g* obtenidos por otros métodos o fuentes de información disponibles en Internet. ¿Qué puede concluir de su comparación?

#### Proyecto 3: Estudio de la caída libre usando el smartphone

En esta actividad utilizaremos el smartphone como objeto que se deja caer y también como herramienta para medir su aceleración en función del tiempo durante la caída. Su aceleración puede ser medida con su acelerómetro y la App Androsensor que puede descargarse de forma libre y gratuita de Play Store para sistemas Android.

 $v(t) \approx \frac{z(t_{i+1}) - z(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Con los datos de posiciones y tiempos (t, z) se construye la gráfica de velocidad en función del tiempo. Para construir la gráfica de la velocidad en función del tiempo se parte de la velocidad inicial (nula en este caso) y la velocidad instantánea para el tiempo  $t_p$  se aproxima con  $z(t_{j+1})z(t_{j+1})$ 

Los objetivos de esta actividad son: determinar la altura desde donde se deja caer el teléfono utilizando la ecuación 1.4, recurriendo a la aceleración medida y el intervalo de tiempo registrado para la caída. Luego, recrear la confrontación de ideas aristotélicas y galileanas (Lombardi, 1997) cambiando la masa del smartphone para determinar nuevamente su aceleración y analizar su variación o no.

#### **Equipo**

Un smartphone con una aplicación capaz de medir las componentes de la aceleración, un objeto capaz de amortiguar la caída del smartphone.

El procesamiento de datos se puede hacer desde el mismo smartphone o bien puede usarse una computadora personal (PC) con acceso a hojas de cálculo.

#### Sugerencias de trabajo

\*\*Descargue una aplicación para medir aceleración con su smartphone desde Play Store para sistemas Android, se recomienda Androsensor³ (Asim, 2015). Una vez descargada la App configúrela para dejar activo solamente el sensor acelerómetro o aceleración lineal. Defina un intervalo de grabación de datos acorde al tiempo de caída (asegúrese de contar con un número suficiente de datos para el procesamiento). El archivo de datos por defecto se guarda en la memoria de su teléfono y puede ser usado para un análisis más detallado.

\*\*Coloque el teléfono a una altura aproximada de dos metros sobre el suelo y coloque un amortiguador al final del camino de caída para no dañar el teléfono, ver figura 1.6.

\*\*Mida la altura desde el teléfono a la sábana (lugar de detención) con una cinta métrica o simplemente saque una fotografía de la situación colocando en el fondo una vara de referencia.

\*\*Inicie la aplicación Androsensor, comience la recolección de datos de aceleración y libere el teléfono sin imprimirle velocidad inicial alguna. Puede ser necesario ensayar esto algunas veces para evitar la rotación del equipo al caer. Si no logra asegurar la velocidad inicial nula, puede adherir a su smartphone un hilo, dejarlo colgado en reposo y luego cortarlo.

\*\*Una vez obtenido el archivo de datos (t, a), grafique la aceleración correspondiente en función del tiempo. ¿Qué aceleración espera obtener? ¿Qué aceleración obtuvo? ¿Cuánto tiempo duró la caída? ¿Cómo lo sabe?

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> En el anexo 2 se cuenta con información complementaria sobre la medición de la aceleración, los ejes cartesianos solidarios al teléfono así como para la configuración para la adquisición de datos.

\*\*Repita el experimento pero ahora varíe la masa del teléfono inteligente, por ejemplo fijando monedas a este. ¿La afirmación de que los cuerpos caen con la misma aceleración constante e independiente de su peso es correcta?



\*\*Calcule la altura desde donde se dejó caer el smartphone usando  $\Delta y = \frac{g\Delta r^2}{2}$  y compare este resultado con la medida directa de la altura. Discuta posibles fuentes de incertidumbres.

#### Opcional:

\*\*Con los datos (t, a), realice el tratamiento adecuado de los datos para obtener la velocidad del teléfono en función del tiempo. Se sugiere consultar el anexo 3. ¿Se ajustan sus resultados al modelo teórico dado por la ecuación 1.3?

\*\* ¿Puede verificar, a partir de la ley horaria y (t), la altura desde donde cayó el teléfono? ¿Dé que manera? Explique.

#### **Ejercicios**

#### 1. Teléfono inteligente:

- a) Ubique en la figura 1.7 los ejes x, y z solidarios al teléfono inteligente. ¿Los ejes cumplen con la regla del tornillo de rosca derecha?
- Explique los pasos a seguir para configurar su teléfono para medir con la Aplicación Androsensor aceleración con un intervalo de grabación de 0.20 s.
- c) ¿Qué tipo de archivo de datos se obtiene? ¿Se pueden abrir desde Excel? ¿Qué cuidados debe tener para que sean fácilmente accesibles para su procesamiento?
  - 2. **Caída libre:** Estudiantes utilizan una aplicación para teléfonos inteligentes (App) para verificar sus cálculos sobre un problema de caída libro. En la sección Calcula

blema de caída libre. En la sección Calcular, introducen la velocidad y la posición inicial del móvil. La App, al ejecutar Calcular brinda la in-

formación mostrada en la figura 1.8.

- a) ¿Son correctos los cálculos realizados?
   ¿Cómo lo sabe?
- b) Desarrolle la resolución del problema explicando claramente donde define su sistema de referencia, que hipótesis utiliza y explique brevemente el procedimiento seguido en la resolución.
- c) ¿Recomendaría la App a otros estudiantes? ¿Por qué?
- 3. **Malabarismo** (Young, Freedman, 2009, pág. 69, ej.285): Un malabarista actúa en un recinto cuyo techo está 3.0 m arriba del nivel de sus manos. Lanza una pelota hacia arriba de modo que apenas llega al techo.



**Figura 1.7** Pantalla activa de Androsensor en el teléfono inteligente.

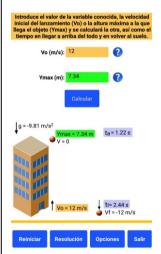


Figura 1.8 Pantalla de la aplicación en donde se muestran los resultados de la situación.

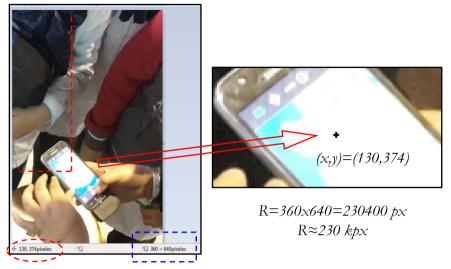
- a) ¿Qué velocidad inicial tiene la pelota?
- b) ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al techo?

En el instante en que la primera pelota está en el techo, el malabarista lanza una segunda pelota hacia arriba con dos terceras partes de la velocidad inicial de la primera.

- c) ¿Cuánto tiempo después de lanzada la segunda pelota se cruzan ambas pelotas en el aire?
- d) ¿A qué altura sobre la mano del malabarista se cruzan las dos pelotas?

Anexo 1: Una imagen en mapa de bits, como la figura 1.9, está formada por una matriz de «puntos» o celdas elementales. Cada celda se denomina píxel (de la contracción de las palabras picture y element) y es la unidad más pequeña de una imagen. Cada píxel (px) tiene almacenado un número que representa su color. Una imagen de 360×640 píxeles, indicado con un rectángulo anaranjado punteado, equivale a 230400 píxeles (≈230 kpx). Una imagen digital de 2048×1536=3145728 equivale a una resolución de 3.1 Mpx; esta notación es muy usual en la especificaciones de las cámaras digitales. Los píxeles en una imagen digital pueden observarse fácilmente ampliando suficientemente la imagen usando la opción zoom, ver figura 1.9 a la derecha. Los píxeles aparecen como pequeños cuadrados de color, en blanco y negro, o en matices de grises.

Las imágenes se forman como una matriz rectangular de píxeles. El origen de las coordenadas de los píxeles coincide con el vértice superior izquierdo de la foto. Las coordenadas en píxeles de un fotograma se pueden leer usando casi cualquier programa de visualización de imágenes. Para obtener las coordenadas en píxeles basta con colocar el puntero del «mouse» en el lugar. Si en la imagen se introduce un objeto de dimensión conocida, es posible transformar las coordenadas en píxeles a coordenadas convencionales (x, y) (Calderón, Núñez, Di Laccio, Mora Iannelli y Gil, 2015).



**Figura 1.9** A la izquierda la imagen se visualiza en un programa de edición de imágenes, con un óvalo rojo las coordenadas en pixeles de la ubicación del puntero del mouse. Con un rectángulo anaranjado punteado se indican la cantidad de pixeles horizontales y verticales respectivamente. A la derecha se realiza zoom sobre el puntero del mousse, la imagen presenta 230400 px de re-

Anexo 2: Una de las aplicaciones útiles para medir magnitudes físicas con el smartphone es Androsensor. Es una App que permite recolectar múltiples magnitudes de interés (Asim, 2015) de forma simultánea con sus tiempos asociados. En la figura 1.10 se presenta una vista de la aplicación activa cuando el teléfono está sobre una mesa horizontal, visto de arriba. Se muestran algunas de las magnitudes que es capaz de medir: aceleración (acelerómetro y aceleración lineal) y velocidad angular (giroscopio).



Su configuración y uso son sencillos, se de-

be seleccionar entre los sensores los sensores aquellos que se pretende utilizar y definir el período de muestreo, luego basta con iniciar la recolección de datos. Una vez finalizada la toma de datos se almacenan los datos en una carpeta del teléfono en un archivo de extensión .csv. Las mediciones obtenidas con el smartphone permiten un análisis principalmente cualitativo del fenómeno a través de sus gráficas simultáneas en pantalla o más detallado (cuantitativo) a través del análisis del archivo de datos. El formato .csv de los datos permite que se pueda exportar a hojas de cálculo y la mayoría de los programas de análisis de datos que se usan en los cursos iniciales.

Como se muestra en la figura 1.10, la carcasa de los smartphones tiene asociados ejes cartesianos con las direcciones y sentidos presentados. Éstos ejes cumplen con la regla del tornillo de rosca derecha o regla del tirabuzón (Countryman, 2014) y las mediciones de magnitudes vectoriales hacen referencias a los mismos. El sensor acelerómetro está indicando de forma aproximada  $a_x \approx 0.08 \text{ m/s}^2$ ,  $a_y \approx 0.06 \text{ m/s}^2$ ,  $a_z \approx +9.86 \text{ m/s}^2$  y  $\sum 9.86 \text{ m/s}^2$ , mediciones que refieren a cada componente y el módulo de la suma vectorial de estas.

El smartphone en reposo en el sistema laboratorio debería brindar una aceleración cero pero está registrando una aceleración distinta de cero en el eje z. No es capaz de diferenciar un sistema acelerado de un campo gravitatorio, mide una aceleración aparente. Para obtener el resultado correcto basta con restar 9.86 m/s² a la componente z. Otra opción es usar el sensor aceleración lineal que ya omite el campo gravitatorio. Usar uno u otro sensor (acelerómetro o aceleración lineal) en casos en donde la aceleración gravitatoria es perpendicular o en la misma dirección a la dirección del movimiento es muy

sencillo ya que no afecta la aceleración y si lo hiciera simplemente se debe restar o sumar dependiendo del caso, respectivamente. Cuando se trabaja, por ejemplo en mediciones de aceleraciones en planos inclinados, se debe ser más cuidadoso y operar con las componentes de la aceleración gravitatoria en las direcciones de los ejes de la carcasa, este estudio se presenta más adelante al estudiar las fuerzas de rozamiento en un plano inclinado.

Androsensor: La figura 1.11 permite identificar los diferentes lugares de la ventana de la App: Ajustes, estabilizar las medidas e iniciar/parar la recolección.

A continuación se presentan en cuatro pasos los aspectos esenciales de su manejo:

- 1) Abrir la aplicación y entrar en Ajustes, visitar y configurar:
  - a. Sensores activos: aceleración lineal o acelerómetro.
  - b. Formato de archivo .csv: separado por punto y coma (;)
  - c. Intervalo de grabación: 0.01 s (esto es ajustable de acuerdo con el experimento)
- 2) Iniciar/parar la medición: Utilizando el botón rojo que se muestra en la parte derecha de la figura 1.11.



- 3) Ubicación de los archivos generados: los archivos se guardan en el teléfono: *Mis archivos-Almacenamiento de dispositivo* dentro de una carpeta que se genera en la instalación y se llama *Androsensor*, ver figura 1.12 en su centro.
- 4) Los archivos del experimento (.csv) pueden ser analizados desde el propio Smartphone con alguna aplicación que permita el uso de hojas de cálculo o pueden ser compartidos de diferentes maneras para su posterior estudio, por ejemplo: Dropbox, correo electrónico, Drive, Skype, entre otros.



Anexo 3: Para el caso de un movimiento unidimensional, por ejemplo un movimiento que se describe con la coordenada y, la velocidad en función del tiempo se construye con la condición inicial de velocidad  $v_y(t_0)$  y el período de muestreo  $(T_{muestreo})$ . Para obtener la velocidad al transcurrir un período de tiempo usamos:  $v_y(t_1)=v_y(t_0)+a_y(t_0)T_{muestreo}$ . Para el próximo período de tiempo usamos como velocidad inicial la del período anterior y le sumamos el nuevo cambio de velocidad:  $v_y(t_2)=v_y(t_1)+a_y(t_1)T_{muestreo}$  y así lo hacemos sucesivamente. De forma general la velocidad puede generarse:

$$v_{y}(t_{i+1}) = v_{y}(t_{i}) + a_{y}(t_{i})T_{muestreo}$$

$$\tag{1.5}$$

La obtención de la posición en función del tiempo requiere de un procedimiento similar al anterior, en este caso se parte de la posición inicial *y* (0) y de los datos generados de la velocidad con la ecuación 1.5. La forma general para obtener a partir de las velocidades las posiciones es:

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + v_v(t_i) T_{muestreo}$$
 (1.6)

En las ecuaciones 1.5 y 1.6 i=0, 1,2,..., N, siendo N el enésimo dato.

Los procedimientos anteriores se pueden implementar fácilmente en una hoja de cálculo (Buzzo Garrao, 2007, p. 19-23).

Nota: cuando el tiempo de muestreo es del orden de los milisegundos la señal por lo general es "ruidosa", procure colectar un número suficiente de datos para su trabajo midiendo el mayor tiempo de muestreo posible para reducir este efecto.

#### Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: http://www.fivasim.com/androsensor.html
- Buzzo Garrao, R. (2007) Estrategia EE (Excel-Euler) en la enseñanza de la Física. *American Journal Physics Education*, 1 (1). 19-23.
- Calderón, S., Núñez, P., Di Laccio, J.L., Mora Iannelli, L. y Gil, S. (2015) Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias.12 (1), 212-226.
- Forinash, K., Wisman, R. (2015). Photogate Timing with a Smartphone. *The Physics Teacher* 53, 234. doi: 10.1119/1.4914566.
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: <a href="http://www.lajpe.org/mar17/1305">http://www.lajpe.org/mar17/1305</a> Salvador 2017.pdf
- Kuhn, J., Vogt, P. (2013). Applications and Examples of Experiments with Mobile Phones and Smartphones in Physics Lessons. *Frontiers in Sensors*, 67-73.
- Lombardi, O. (1997) Comparación entre la Física Aristotélica y la Mecánica Clásica: Algunos problemas de interpretación. Educación en Ciencias, 1997: 62-70. Recuperado de: <a href="https://cdn.educ.ar/repositorio/Download/file?file\_id=cf452877-7a08-11e1-8115-ed15e3c494af">https://cdn.educ.ar/repositorio/Download/file?file\_id=cf452877-7a08-11e1-8115-ed15e3c494af</a>
- Pereira da Silva W., Pereira da Silva C. (2011). Recuperado de: http://zeus.df.ufcg.edu.br/labfit/index\_xyExtract.htm
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). Física, Volumen 1. México: Grupo Editorial Patria.
- Terzella, T., Sundermier, J. Sinacore, Owen, C., Takai, H. (2008). Measurement of g Using a Flashing LED, *The Physics Teacher* 46(8), 395. DOI: 10.1119/1.2981283.
- Vogt, P., Kuhn, J. (2012) Analyzing free fall with a smartphone acceleration sensor. *The Physics Teacher*, 50: 182-183. Doi:10.1119/1.3685123.
- Young, H., Freedman, R. (2009). Física Universitaria Volumen 1. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-442-288-7.

# Movimientos en dos dimensiones

# Movimiento de un proyectil

Sebastián Abreu, apodado "El loco", es conocido a nivel mundial por su desempeño en el fútbol a nivel profesional. Una de sus mayores "locuras" según algunos comentaristas deportivos, fue haber definido, en los cuartos de final de la Copa Mundial de Fútbol 2010 contra Ghana, en la serie de penales con lo que hoy en día se llama la "picada del loco Abreu". Nada mejor que esto para ejemplificar un proyectil.

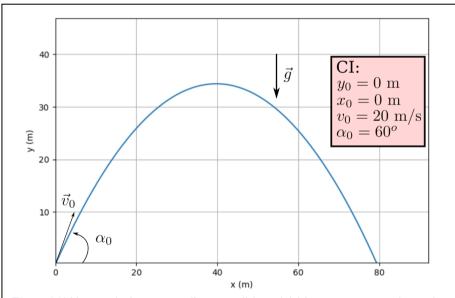


Figura 1.13 Trayectoria de un proyectil. Las condiciones iniciales se muestran en el recuadro a la derecha.

Un proyectil es cualquier cuerpo que recibe una velocidad inicial y luego sigue una trayectoria determinada por los efectos de la aceleración gravitacional y la resistencia del aire. En cursos básicos de física se estudian los movimientos de los proyectiles de forma simplificada, incluyendo un conjunto de hipótesis que idealizan la situación. En principio, se modela como una partícula, se desatienden los efectos de la resistencia del aire, así como la curvatura y rotación terrestre.

En el modelo simplificado, para analizar su movimiento basta con dos coordenadas: x e y, ver figura 1.13. La derivación de las ecuaciones de un proyectil se encuentran disponibles en diferentes textos y a continuación se presentan (Young y Freedman, 2009; Resnick, Halliday, Krane, 2011):

Posición:

$$\times (t) = x_0 + v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t \tag{1.7}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$
(1.8)

Velocidad:

$$v_{x}(t) = v_{0} \cdot \cos \alpha_{0} \tag{1.9}$$

$$v_{\nu}(t) = v_0 \cdot \sin \alpha_0 - g \cdot t \tag{1.10}$$

Aceleración:

$$a_{x}(t)=0 \tag{1.11}$$

$$a_{y}(t) = -g \tag{1.12}$$

En donde  $x_0$  e  $y_0$  son la posición inicial en x e y respectivamente,  $v_0.\cos\alpha_0$  y  $v_0$ .sin  $\alpha_0$  son las componentes en x e y de la velocidad inicial,  $\alpha_0$  es el ángulo inicial y g la aceleración gravitatoria. Las componentes de la velocidad del proyectil en un tiempo genérico diferente del inicial se representan con  $v_x$  y  $v_{\nu}$ . Para obtener el módulo de la velocidad en cualquier momento y su dirección se usa:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} , \quad \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} , \tag{1.13}$$

en este caso α representa el ángulo que en ese momento tiene la velocidad con respecto a la horizontal.

Si se toman las ecuaciones 1.7 y 1.8 puede obtenerse la ecuación de la trayectoria del proyectil, basta con despejar el tiempo de la primera y sustituir en la segunda y simplificar:

$$y(x) = y_0 + \tan \alpha_0 (x - x_0) - \frac{g \cdot (x - x_0)^2}{2v_0^2 \cos \alpha_0}$$
 (1.14)

La trayectoria corresponde a una parábola de concavidad negativa, ver la figura 1.13 en donde se muestra un ejemplo.

## Movimiento circular

Cuando una partícula se mueve siguiendo una circunferencia tiene un movimiento circular. Un automóvil que da vuelta a una curva de radio constante, un satélite en órbita circular, el giro de una boleadora, los elementos presentes en una calesita en rotación, entre otros, son ejemplos de objetos que tienen este movimiento.

En el laboratorio de enseñanza es sencillo implementar sistemas que permiten estudiar el movimiento circular de forma controlada aunque un parque de diversiones, dados sus diferentes juegos, puede ser un buen lugar para aprender sobre este tipo de movimientos. En la figura 1.14 se presenta un dispositivo experimental que incluye un smartphone que está sujeto a una regla del sistema de rotación. Al imprimirle una velocidad al teléfono inteligente, este describe un movimiento circular.

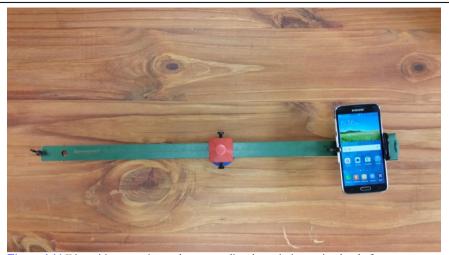


Figura 1.14 Dispositivo experimental para estudiar el movimiento circular de forma controlada.

La descripción del movimiento circular puede realizarse usando diferentes tipos de coordenadas. Dependiendo del curso pueden usarse coordenadas cartesianas, polares planas o ambas para reconocer las ventajas de una u otra. A continuación se realiza un planteo en coordenadas cartesianas, dejando como opcional la descripción en coordenadas polares planas.

La posición de la partícula en la base canónica es:  $\vec{r}=x(t)\vec{i}+y(t)\vec{j}$ , siendo  $x(t)=R\cos\theta(t)$  e  $y(t)=R\sin\theta(t)$ . El ángulo barrido supondremos que es del tipo  $\theta(t)=\omega t$  en donde  $\omega$  es constante (caso más simple) y R representa el radio de giro considerado constante.

La velocidad se obtiene al derivar la posición respecto del tiempo, la base canónica es fija por lo que la derivada de los vectores unitarios  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  es nula. Por su parte para el ángulo  $\theta = \theta(t)$ , se debe realizar la derivada de la función compuesta, es decir, derivar respecto del ángulo y luego el ángulo respecto del tiempo. La velocidad es:  $\vec{v} = -R.\omega.sin(\omega t)\vec{i} + R.\omega.cos(\omega t)\vec{j}$ , cuyo módulo se obtiene de forma habitual  $\sqrt{\vec{v}\cdot\vec{v}} = R\omega$ .

Para obtener la aceleración se deriva la velocidad respecto del tiempo y se obtiene:  $\vec{a} = -\omega^2 (R \sin(\omega t)\vec{i} + R \omega \cos(\omega t)\vec{j}) = -\omega^2 \vec{r}$ . La aceleración tiene sentido opuesto a la vector posición y apunta al centro de la circunferencia. Este he-

cho hace que se nombre como aceleración radial o simplemente centrípeta. Los módulos de la velocidad y de la aceleración son, respectivamente:

$$v = R \omega \tag{1.15}$$

$$a = \omega^2 R \tag{1.16}$$

#### Opcional:

Una manera directa de describir este movimiento es usando coordenadas polares planas. La base habitual de versores que se utiliza para su descripción es  $\vec{e_r}$  y  $\vec{e_{\theta}}$ , ver figura 1.15.

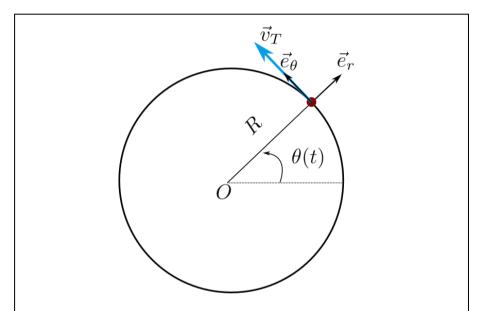


Figura 1.15 Partícula en movimiento circular, la base que se usa para su descripción es móvil lo que hace que las derivadas de los vectores unitarios diferente de cero.

Note que la base de versores es móvil y sus derivadas son:  $\frac{d(\vec{e_r})}{dt} = \dot{\theta}(t)\vec{e_\theta}$  y  $\frac{d(\vec{e_\theta})}{dt} = -\dot{\theta}(t)\vec{e_r}$ , esto se corresponde con un giro anti horario de 90° de versor derivado multiplicado por la velocidad angular  $\dot{\theta}(t)$ .

El radio de la circunferencia, R, es constante y dada la posición solo tendremos que derivar respecto del tiempo. La posición es:

$$\vec{r} = R\vec{e_r} \tag{1.17}$$

Entonces la velocidad se obtiene:

$$\vec{v} = R \frac{d(\vec{e_t})}{dt} = R \dot{\theta}(t) \vec{e_{\theta}} \tag{1.18}$$

La aceleración es entonces:  $\vec{a} = R \frac{d(\dot{\theta}(t) \vec{e_p})}{dt} = R \left( \frac{d(\dot{\theta}(t))}{dt} \vec{e_\theta} + \frac{d(\vec{e_\theta})}{dt} \dot{\theta}(t) \right)$ , es decir:

$$\vec{a} = R \ddot{\theta}(t) \vec{e_{\theta}} - R \dot{\theta}^2(t) \vec{e_r}$$
 (1.19)

Si  $\theta(t) = \omega t$ , con  $\omega$  constante, la velocidad y la aceleración vienen dadas por:

$$\vec{v} = R\omega \vec{e_{\theta}}$$
 (1.20)

$$\vec{a} = -R\omega^2 \vec{e_r} \tag{1.21}$$

Si la velocidad angular es constante el período se puede expresar  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , siendo el tiempo necesario para realizar una vuelta completa. La frecuencia es el número de vueltas completas que realiza el móvil por unidad de tiempo, por ejemplo en un segundo. Esto lleva a  $f = \frac{1}{T} y$  a que, si el período se expresa en segundo, tendrá como unidad el Hertz  $(H\mathfrak{F})$ .

# Proyecto 1: Estudio de la trayectoria de una pelota

El movimiento de proyectil es un ejemplo de cinemática en dos dimensiones y el análisis de videos es una técnica muy usada para conocer el movimiento de diferentes objetos ya que permite obtener de forma ágil la posición en función del para el objeto (Gil, 2014). Aquí nos proponemos estudiar, de forma muy simplificada, la trayectoria del centro de masa de una pelota modelada como partícula. Veremos si la trayectoria puede ser aproximadamente descripta por una ecuación de segundo grado, es decir ver si es una parábola, y determinar la velocidad de salida.

#### **Equipo**

Un teléfono inteligente y aplicaciones para teléfonos inteligentes (análisis de video y hojas de cálculo), cinta métrica y opcionalmente una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo



Figura 1.16. Estudiantes realizando el video para su posterior análisis del movimiento de la pelota.

- \*\*Descarga la App: VidAnalysis (VidAnalysis, 2014)
- \*\*Investiga su funcionamiento y comenta con tus compañeros de equipo sus principales características: calibración, forma de seguimiento del objeto y exportar el archivo de datos obtenido.
- \*\*Realiza un video (breve) del lanzamiento de una pelota procurando que la filmación permita diferenciar claramente el objeto a seguir respecto del resto. Coloque el teléfono inteligente en un plano paralelo al plano del movimiento y use una vara de referencia de longitudes, ver figura 1.16.
- \*\*Abre el video con *VidAnalysis* y usando la vara de referencia define la escala y el sistema de referencia a usar, luego obtiene las posiciones sucesivas de la pelota. Procure que las marcas de seguimiento del objeto estén colocadas con la mayor precisión posible (puede ser útil usar un lápiz óptico para celulares).
- \*\*Con los datos recolectados grafique y=f(x) y con el ajuste adecuado de los datos obtenga la ecuación de la trayectoria. Compare con la ecuación 1.14.
- \*\* ¿Es posible determinar el ángulo de salida de la pelota? ¿Cómo?
- \*\*Determine la velocidad inicial de la pelota explicando el método seguido.

# Proyecto 2: ¿Dónde está el sensor acelerómetro?

En esta actividad nos proponemos encontrar la ubicación del sensor aceleración de un smartphone. Para ello utilizamos un viejo toca-disco que nos asegura, luego del arranque, tener un sistema en donde la velocidad angular en régimen es constante. Conocer el lugar en donde se encuentra el sensor acelerómetro del teléfono que usamos nos permite diseñar su uso de mejor manera en los experimentos, a su vez aplicar conocimientos de movimiento circular a una situación específica.

#### Equipo

Un teléfono inteligente y la aplicación *Androsensor* (Asim, 2015), un toca discos, un círculo de papel y opcionalmente una computadora personal. Para más información sobre la aplicación puede ver: <a href="http://www.fivasim.com/androsensor.html">http://www.fivasim.com/androsensor.html</a>.

#### Sugerencias de trabajo

\*\*Realizar un montaje experimental como el que se muestra en la figura 1.17. Para ello recorte un círculo de papel de igual tamaño que la bandeja del toca discos y cerca del borde coloque una marca que se tomará con un eje de rotación, Eje 1 en el plano del toca discos y perpendicular al plano de la figura 1.20. Luego coloque el celular sobre el papel, con un borde coincidiendo con el Eje 1 a la mitad del ancho del teléfono y dibuje la silueta de este. Luego rote 90° el celular respecto de su centro geométrico y realice otra marca a la mitad del ancho que corresponderá con el Eje 2. En el experimento, una vez

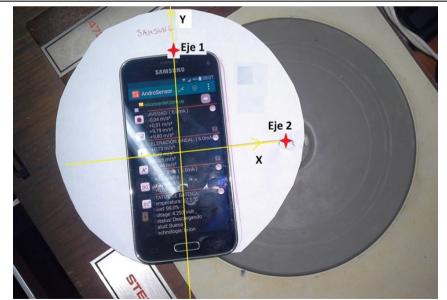
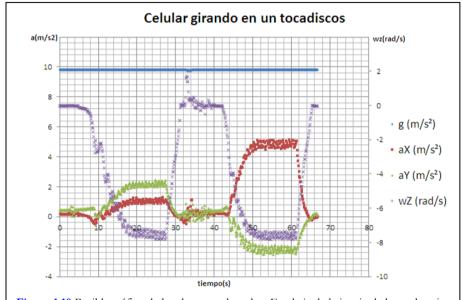


Figura 1.17 Montaje experimental para obtener la ubicación del sensor aceleración del teléfono.

encendido el tocadiscos se dejará rotar el teléfono en cada uno de los ejes anteriores.

\*\*Coloque el papel con el teléfono sobre el toca discos haciendo coincidir el Eje 1 con el centro del toca discos. Active la aplicación Androsensor y habilite mediciones con el giroscopio y aceleración lineal o acelerómetro. Se sugie-



**Figura 1.18** Posible gráfico de los datos recolectados. En el eje de la izquierda las aceleraciones y en el eje de la derecha la velocidad angular del sistema.

re como frecuencia de muestreo 100 Hz para la recolección de los datos.

- \*\*Iniciar la grabación de datos y luego encender el toca discos, dejando la recolección de datos algunos segundos, hasta que se logre la velocidad angular constante de régimen del equipo. Luego apague el toca disco.
- \*\*Manteniendo el celular en su lugar inicial (contorno dibujado) saque el papel y haga coincidir el Eje 2 con el eje del toca discos encienda nuevamente el toca discos y llegada la velocidad de régimen constante espere unos segundos y detenga la grabación. En la figura 1.18 se muestra un ejemplo de posibles resultados de las mediciones.
- \*\*Exporte los datos a la PC para su procesamiento. Determine la velocidad angular de régimen y la correspondiente aceleración centrípeta (módulo) a partir de las componentes de la aceleración, a, y a,
- \*\* ¿Cuál es el radio efectivo para cada uno de los ejes de rotación usados? Use la ecuación 1.16.

\*\*Con los radios anteriores y a partir del eje correspondiente trace dos circunferencias. ¿Qué información nos brinda la intersección de las circunferencias?

\*\*Busque información sobre la localización del sensor aceleración de su celular y compare esta información con sus resultados experimentales.

#### Proyecto 3: Girando, girando con movimiento circular

En esta actividad nos proponemos generar un movimiento circular uniforme siendo nosotros mismos los generadores de la rotación y el teléfono el objeto en movimiento circular. Se plantea que usando en nuestras manos un teléfono inteligente con la pantalla orientada de frente a nosotros (eje z saliente) se midan la aceleración centrípeta y la velocidad angular mientras tratamos de imitar un movimiento circular uniforme. Procuraremos que el gráfico de la velocidad angular y la aceleración en z sean constantes para luego modelar nuestro movimiento como circular uniforme. La magnitud a determinar es el radio de la trayectoria que será comparado con el largo de nuestros brazos, ver figura 1.19.

#### Equipo

Un teléfono inteligente.

#### Sugerencias de trabajo

\*\* Active la aplicación Androsensor en su teléfono y habilite mediciones con el giroscopio y acelerómetro. Utilice un intervalo de grabación de 0.20 s.

\*\*Comience el giro hasta conseguir una velocidad angular de régimen constante. Evite, dentro de lo posible, cambiar su eje de giro así como subir y bajar el teléfono verticalmente.

\*\*Observe sus datos y seleccione las regiones de datos que a su entender pueden modelarse como circular uniforme. En esta etapa puede ser necesario repetir su experimento atendiendo a corregir algunas desviaciones detectadas. ¿Cuáles son las principales dificultades para realizar un movimiento circular uniforme?



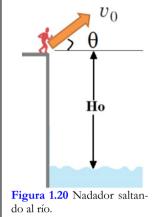
**Figura 1.19** Estudiante preparada para comenzar a rotar.

\*\*Determine el radio de giro con los datos obtenidos y usando la ecuación 1.16.

\*\*Con una cinta métrica mida el radio de giro y compare con el largo de sus brazos. ¿Qué puede decir de esta comparación?

#### **Ejercicios**

- 1. Un intrépido nadador se lanza desde un risco con una velocidad de módulo  $v\theta$  y formando un ángulo  $\theta$  con la horizontal, ver figura 1.20.
- a) Usando la base  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  escriba  $\vec{v}$  (t) y  $\vec{r}$  (t) para el nadador.
- b) Determine la ecuación de la trayectoria del nadador y evalúe para los valores indicados: vo= 3.0 m/s, Ho=  $9.0 \text{ m y } \theta$ = $30^{\circ}$ .
  - 2. Una piedra atada a un hilo de largo R se mueve sobre un plano horizontal a una altura  $H_0$  del piso. Consideraremos que el roce con el aire es despreciable. En la figura 1.21 se muestra una vista aérea y otra de perfil.



- a) Exprese la posición de la piedra  $\vec{r}(t)$ , usando los versores  $\vec{i}$  y  $\vec{j}$  y luego usando la base móvil  $\vec{e_{\theta}}$  y  $\vec{e_{r}}$ .
- b) Escriba  $\vec{e_{\theta}}$  y  $\vec{e_r}$  en función de  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  y  $\theta$  (t).
- c) A partir de  $\vec{r}$  (t) expresada con la base móvil encuentre una expresión

para la velocidad de la piedra en función del tiempo.

d) El hilo puede soportar como máximo una aceleración centrípeta de módulo a<sub>0</sub> sin romperse. Escriba en función de los datos del problema la máxima velocidad angular de la piedra para la cual el hilo está a punto de romperse.

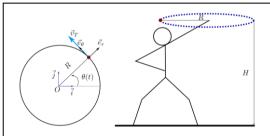


Figura 1.21 Persona girando una piedra atada a un hilo.

e) En caso de que el hilo se rompa, ¿Qué distancia horizontal recorre la piedra? Exprese el resultado en función de  $H_0$ , g,  $a_0$  y R.

# Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: <a href="http://www.fivasim.com/androsensor.html">http://www.fivasim.com/androsensor.html</a>
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega, 2014.
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). Física, Volumen 1. México: Grupo Editorial Patria.
- VidAnalysis (2014) <a href="https://vidanalysis.com/">https://vidanalysis.com/</a>
- Young, H. y Freedman, R. (2009). Física universitaria volumen 1. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-442-288-7

# Fuerza de rozamiento seco

Al intentar arrastrar un bloque el contacto con el piso ofrece una resistencia de adherencia para iniciar el movimiento así como para mantenerlo moviéndose luego. Esta fuerza de adherencia que describe este efecto a nivel fenomenológico se denomina fuerza de rozamiento y pueden diferenciarse dos tipos: estático y dinámico.

Las ecuaciones que describen la fuerza de rozamiento son aproximadas y fueron estudiadas experimentalmente en un primer momento por Da Vinci, mediante el deslizamiento de un cubo sobre una superficie. No obstante, sus investigaciones no tuvieron gran difusión. Posteriormente, Amontons en el s. XVII estudió el rozamiento seco entre dos superficies planas llegando a obtener conclusiones que aún se mantienen vigentes y luego fueron acrecentadas por Coulomb (García, 2010). Las ecuaciones empíricas para la fuerza de roce estático ( $f_{re}$ ) y para la fuerza de rozamiento dinámico ( $f_{re}$ ) muestran que el módulo de la fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal (N):

$$f_{re} \le \mu_{e} N \tag{1.22}$$

$$f_{rd} = \mu_d N \tag{1.23}$$

Los coeficientes  $\mu_e$  y  $\mu_d$  son los coeficientes de rozamiento estático y dinámico respectivos. Estos coeficientes son adimensionados y su valor depende de la rugosidad y adherencia muta de las superficies en contacto. La fuerza normal es la proyección de la fuerza de reacción del plano de apoyo en la dirección de la normal a la superficie.

Este modelo asume que las fuerzas son independientes de la velocidad. Hay autores que muestran que si se aplica una fuerza F al bloque tal que  $\mu_d N < F < \mu_e N$ , y se perturba al cuerpo para que inicie su movimiento, la fuerza de roce depende de la velocidad (Morrow, Grant, Jackson, 1999).

La fuerza de rozamiento estático máximo es:

$$f_{remax} = \mu_e N \tag{1.24}$$

# Bloque en un plano inclinado

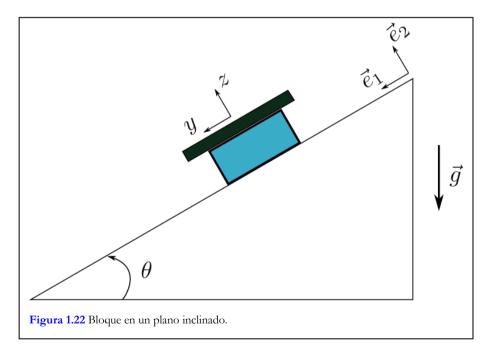
Cuando un bloque está en un plano inclinado como el de la figura 1.22, las fuerzas que actúan son el peso (P), la normal (N) y la fuerza de rozamiento dinámico  $(f_{nl})$ . Aplicando la segunda ley de la dinámica de Newton,  $\mathbf{F}_{n} = m\mathbf{a}$ , tenemos en la dirección y sentido del movimiento:

$$mgsen \ \theta - f_{rd} = ma, \tag{1.25}$$

que al sustituir la  $f_{nl}$  por su forma explícita, ecuación (1.23), queda:

$$a = gsen\theta - \mu_d gcos\theta \tag{1.26}$$

La aceleración es constante y el movimiento que describe el bloque es uniformemente acelerado hasta llegar a la base del plano.



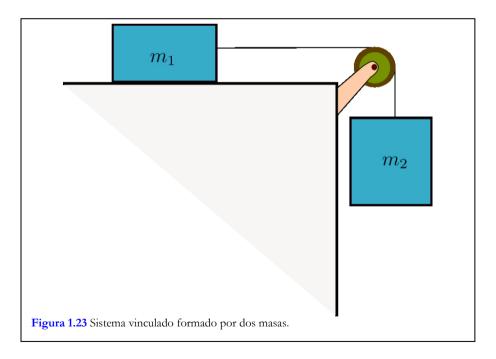
#### Sistema vinculado 1: cuerpo en plano horizontal

Considere el sistema vinculado de la figura 1.23, se tienen dos bloque m<sub>1</sub> y m<sub>2</sub> unidos entre sí a través de un hilo muy liviano y tal que su longitud es mucho mayor que cualquier deformación que se le produzca, que pasa por un polea de masa mucho menor que la de los bloques y con un roce muy pequeño con su eje.

En esta situación el valor de la tensión en el hilo es la misma en toda su extensión y la aceleración de ambos tiene igual módulo. Si se aplica la segunda de las leyes de la dinámica de Newton, se puede escribir:  $T-f_{rd}=m_1a$  para la masa 1 y  $m_2g-T=m_2a$  para la masa 2, en donde se ha tomado como positivo el sentido de movimiento del sistema. Si se elimina la incógnita de la tensión entre las ecuaciones anteriores se tiene:

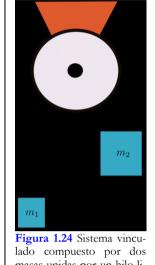
$$a = m_2 g - f_{rd} / (m_1 + m_2) \tag{1.27}$$

En donde la fuerza de rozamiento se puede determinar con la ecuación 1.23, siendo en este caso N=P<sub>1</sub>.



#### Sistema vinculado 2: máquina de Atwood

El sistema vinculado de la figura 1.24, se conoce como máquina de Atwood. Está formada por dos masas, m<sub>1</sub> y m<sub>2</sub> conectadas por un hilo muy liviano que no se estira y por una polea muy liviana respecto de las masas que penden y con roce despreciable con el eje. Si se realiza el diagrama de cuerpo libre y se aplica la segunda ley de la dinámica de Newton a cada masa obtenemos: T $m_1 = m_1 a$  para  $m_1 y m_2 = T = m_2 a$  para  $m_2$ , note que se ha usado como positivo el sentido de movimiento horario. La aceleración del sistema puede obtenerse al usar las ecuaciones anteriores, si despejamos de cada una de ellas la tensión (T) e igualamos obtenemos:



masas unidas por un hilo liviano y no extensible.

$$a = (m_2 - m_1) g / (m_1 + m_2)$$
 (1.28)

Si las masas son iguales el sistema está en equilibrio y si  $m_2$  es mayor a  $m_1$  el sistema tiene un movimiento rectilíneo con aceleración constante. Aquí se ha supuesto el sentido de movimiento positivo cuando m2 desciende, si la aceleración es negativa el sentido del movimiento es tal que  $m_2$  sube.

#### Proyecto 1: Coeficientes de rozamiento estático y dinámico

En este proyecto estudiaremos las leyes de rozamiento estático y dinámico. Para ello usaremos un plano inclinado con la posibilidad de variar el ángulo de inclinación y un bloque con un teléfono adherido que es capaz de medir ángulos y aceleración.

# Equipo

Un plano inclinado, un teléfono inteligente adherido a una madera cepillada para uniformizar su superficie de contacto con el plano inclinado, la aplicación Androsensor instalada con los sensores de orientación, acelerómetro y gravedad activos.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Implemente un plano inclinado como el de la figura 1.22, el bloque que deslizará sobre la superficie tiene adherido el teléfono inteligente.
- \*\* Demuestre, a partir de la ecuación 1.24, que para el bloque en reposo en un plano inclinado el  $\mu_{estático} = tan \theta_{crítico}$ , en donde  $\theta_{crítico}$  es el ángulo correspon-

diente al desprendimiento del bloque del plano inclinado.

\*\*Para determinar el ángulo crítico eleve lentamente el ángulo del plano inclinado y observe en Androsensor (sensor orientación) el ángulo en que se desprende el bloque. Si lo desea puede determinar este ángulo simplemente usando un semicírculo o una cinta métrica y usar trigonometría básica. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento estático en sus condiciones experimentales?

\*\*Una vez determinado el ángulo crítico use ángulos por encima de este para determinar el coeficiente de rozamiento dinámico. En este caso usaremos:

$$\mu_{dinámico} = \left| \frac{a_y(t)}{a_z(t)} \right|$$
, en el anexo 4 se discute este resultado. Utilice al menos cinco

ángulos por encima del crítico y determine el coeficiente de rozamiento dinámico como el promedio de los coeficientes obtenidos.

\*\*Varíe la masa del bloque, por ejemplo agregando pesas, y determine nuevamente el coeficiente de rozamiento dinámico. ¿Se producen variaciones significativas? ¿En qué influye el cambio de masa del bloque?

#### Proyecto 2: Sistema vinculado y rozamiento dinámico

Si en la figura 1.25 la masa de la polea es pequeña frente al resto de las masas del sistema ( $m_1$  y  $m_2$ ) y la fuerza de roce es  $f_{rd} = \mu_{dinámico} N$ , según la segunda ley de la dinámica de Newton la aceleración puede escribirse como:

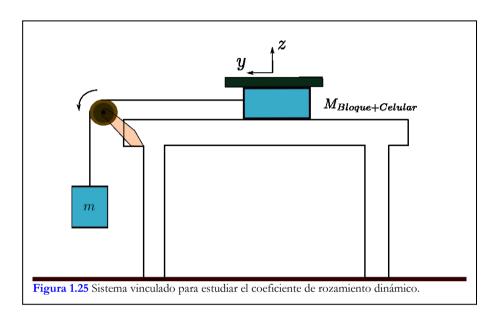
 $a = g (m_2 - f_{rd}/g) / m_1 + m$ . La aceleración es constante y la expresión anterior puede escribirse, introduciendo la pseudovariable,  $\xi = (m_1 + m_2) a/g = m_2 - f_{rd}/g$ . Si se escribe de forma explícita la fuerza de rozamiento nos queda:

$$\xi = m_2 - \mu_{\text{dimámico}} m_1, \tag{1.29}$$

que implica una dependencia lineal de  $\xi$  con respecto a  $m_1$  (Gil, 2014). De este modo tenemos dos indicadores experimentales de la validez de las hipótesis, la obtención de un valor constante de aceleración en el tiempo y la dependencia lineal de  $\xi$  con  $m_1$ . En este caso estudiaremos si nuestro sistema puede describirse por el modelo que se propone.

#### **Equipo**

Una mesa, dos bloques, pesas, hilo, una polea y un teléfono inteligente. En el mercado existen poleas de material de plástico muy livianas que son de muy bajo costo y adecuadas para este proyecto.



#### Sugerencias de trabajo

\*\*Realice un montaje similar a la figura 1.25. Son dos bloques, m<sub>2</sub> pende del hilo y el otro bloque al que llamaremos m<sub>1</sub> está compuesto por un teléfono inteligente adherido a una madera. La polea es muy liviana comparada con las masas de los bloques y con roce despreciable con el eje, y el hilo es muy liviano e inextensible. El teléfono inteligente tiene la función de recolectar los datos de aceleración mediante la aplicación Androsensor y el sensor acelerómetro.

\*\*Utilizando su teléfono inteligente, construya gráficos de la aceleración del sistema en función del tiempo para diferentes valores de m<sub>1</sub> manteniendo fija m<sub>2</sub>. Más allá de las fluctuaciones propias de la medición, ¿la aceleración puede modelarse como constante? De serlo, determine la aceleración para los distintos valores de m<sub>1</sub> usados.

\*\*Represente gráficamente la pseudovariable  $\xi$  en función de  $m_t$ .

De ser este gráfico lineal, obtenga el valor de  $\mu_{dinámico}$  y discuta la validez del modelo propuesto para explicar sus observaciones. ¿Que estarían validando o rechazando sus observaciones?

#### Proyecto 3: Ley de Newton

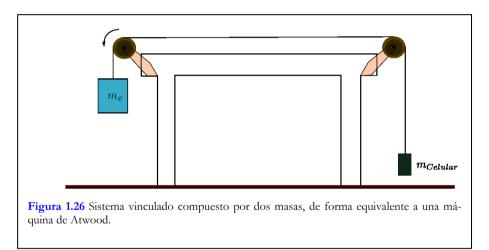
En este proyecto partimos de la segunda ley de Newton para analizar un sistema vinculado y como objetivo buscamos determinar una masa desconocida para analizar la adaptabilidad de esta ley a un caso real y no modelado como en el ejercicio clásico.

#### Equipo

Un teléfono inteligente con la aplicación Androsensor, hilo delgado, un cuerpo de masa desconocida del orden de la masa del celular, un par de poleas livianas, una balanza y opcionalmente una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo

\*\*Realice el diagrama de cuerpo libre para cada una de las masas y obtenga la ecuación de movimiento para cada una de ellas. Suponga el hilo inextensible y sin peso y además que las poleas son muy livianas y sin roce con el eje.



- \*\* Demuestre que para el caso en donde  $m_x$  es mayor a la masa del celular ( $m_{celular}$ ) se cumple:  $m_x = m_{celular} (g+a) / (g-a)$  y que cuando  $m_x$  es menor se cumple:  $m_x = m_{celular} (g-a) / (g+a)$
- \*\*Implemente un dispositivo equivalente a una máquina de Atwood como se ilustra en la figura 1.26 (Monteiro, Stari, Cabeza, Martí, 2015).
- \*\*Configure la aplicación Androsensor de su teléfono para medir la aceleración del sistema con un intervalo de grabación de 5 ms. Se sugiere usar el eje *y* del teléfono en la dirección y sentido del movimiento.
- \*\*Con el sistema en reposo, inicie la recolección de datos y libere su celular, con las precauciones del caso para que no se dañe. Determine la aceleración

supuesta constante a partir de sus datos experimentales. Repita esta medición cinco veces. Determine el promedio de aceleraciones de los cinco y obtenga una estimación de la incertidumbre estadística.

\*\*Calcule la masa m<sub>x</sub> con su incertidumbre y compare con la medida directa de la masa del objeto usando una balanza.

\*\*Brinde una expresión para la velocidad y posición del teléfono como función del tiempo usando los datos registrados. Puede ser útil ver el anexo 5.

Anexo 4: La aceleración que brinda la aplicación Androsensor a través de su sensor acelerómetro es una aceleración aparente ya que incluye el campo gravitatorio. La aceleración real del teléfono es:  $\vec{a}_{real}(t) = \vec{a}_{smart}(t) + \vec{g}$ ,  $\vec{a}_{real}$  es la aceleración el teléfono,  $\vec{a}_{smart}$  es la lectura de aceleración que brinda Androsensor y  $\vec{g}$  es la aceleración gravitatoria. Cada una de estos vectores deben expresarse en la mismo base, en este caso  $\vec{e}_1$  y  $\vec{e}_2$ , ver figura 1.22. Para el caso de este plano inclinado hay que tener presente los ejes solidarios al teléfono y los ejes que se asociarán al plano inclinado. El teléfono inteligente brinda las componentes de la aceleración de la forma  $\vec{a}_{smart}(t) = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j} + a_z(t)\vec{k}$  con los versores asociados a su carcaza. En el plano inclinado los vectores unitarios son  $\vec{e}_1$  paralelo al plano y en la dirección y sentido del movimiento y  $\vec{e}_2$  perpendicular al plano sentido saliente de este. Al coincidir el eje y del teléfono con el eje  $\vec{e}_1$  del plano y el z con  $\vec{e}_2$  y escribiendo la aceleración gravitatoria en la base del plano tenemos:

$$\vec{a}_{real}(t) = (a_{s}(t) - g\cos\theta) \vec{e}_{2} + (a_{y}(t) - g\sin\theta) \vec{e}_{1}$$

$$\tag{1.30}$$

Es claro que en la dirección  $\vec{e}_2$  la aceleración del teléfono es nula por lo que:  $a_z(t) = g\cos\theta$ . La aceleración en la dirección  $\vec{e}_1$  es:  $a = a_y(t) - g\sin\theta$ . Sustituyendo las expresiones anteriores en la ecuación 1.26, simplificando y tomado valor absoluto queda:

$$\mu_{dinámico} = \left| \frac{a_y(t)}{a_z(t)} \right| \tag{1.31}$$

El ruido característico de la medición de las componentes de la aceleración hace que se deban tomar los valores promedios de las aceleraciones para ser usado en 1.31.

# Anexo 5: La velocidad puede ser generada con:

$$v(t_{i+1}) = v(t_i) + (a)(t_{i+1} - t_i)$$
(1.32)

La posición en x en función del tiempo se obtiene:

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + v(t_{i+1})(t_{i+1} - t_i)$$
(1.33)

Siendo i=0, 1, 2,..., N en donde N el enésimo dato. Si es posible se sugiere usar como velocidad y posición inicial cero, esto es el teléfono parte del reposo y el origen del sistema de referencia es desde donde se lo suelta.

#### Referencias

- García F. (2018) Física con Ordenador: El rozamiento por deslizamiento. <a href="http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.htm">http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/rozamiento/general/rozamiento.htm</a>
- Gil S. (2014) Experimentos de Física de bajo costo, usando TIC's. Buenos Aires. Alfaomega.
- Monteiro, M., Stari, C., Cabeza, C., Martí, A. (2015). The Atwood machine revisited using smartphones. *The Physics Teacher* 53, 373; https://doi.org/10.1119/1.4928357
- R. Morrow, A. Grant, and D. P. Jackson (1999) A strange behavior of friction. *The Physics Teacher*. 37 (7) 412.

# Sistema de masa y resorte

En ausencia de fuerzas disipativas, el sistema masa-resorte es un oscilador armónico simple. Si se toma como referencia la posición de equilibrio la ecuación de movimiento del sistema es:

$$\ddot{x}(t) = -\frac{k}{m}x(t) \tag{1.34}$$

Si se define  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ , la ecuación puede escribirse:

$$\ddot{x}(t) = -\omega_0^2 x(t) \tag{1.35}$$

Una solución posible de esta ecuación diferencial es:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{1.36}$$

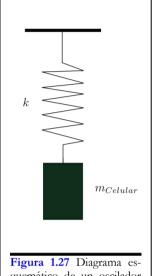


Figura 1.27 Diagrama esquemático de un oscilador amortiguado basado en un sistema masa resorte.

Los parámetros  $\mathcal{A}$  y  $\varphi$  son determinados por las condiciones iniciales. Por su parte  $\omega_0$  es una propiedad dinámica del sistema llamada frecuencia angular de oscilación. El período de oscilación es  $T=2\pi/\omega_0$  cuya expresión equivalente es  $T=2\pi/\sqrt{k/m}$  que puede escribirse:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k} \tag{1.37}$$

El efecto del aire u otro fluido es el de ejercer una fuerza disipativa que se opone a la velocidad relativa entre el móvil y el fluido. Si el fluido se supone en reposo estos tipos de fuerzas se pueden modelar como proporcionales a alguna potencia de la velocidad:

$$\vec{F} = -b \, v^n \, \hat{v}, \tag{1.38}$$

donde  $\hat{v}$  es un versor con la dirección de la velocidad  $\vec{v}$  del oscilador y b una constante dimensionada que determina el módulo de la fuerza. Para objetos

pequeños que se desplazan en el aire, n=1 y para velocidades menores a  $\approx 24m/s$ , para velocidades mayores (pero menores a la velocidad del sonido en el medio) la disipación crece más rápido con la velocidad y se utiliza n=2 (Marion, 1970).

Sobre la masa m del sistema de la figura 1.27 actúan la tensión del resorte (supuesto lineal, de constante *k*), el peso *mg* y la fricción del medio, que supondremos lineal con la velocidad. La ecuación de movimiento se puede expresar:

$$\ddot{x}(t) + \gamma \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0, \tag{1.39}$$

donde  $y = \frac{b}{m} > 0$  es el parámetro de amortiguamiento y  $\omega_0^2 = \frac{k}{m} > 0$  es la frecuencia natural del oscilador (en ausencia de amortiguamiento). La variable x(t) es el desplazamiento desde la posición de equilibrio. Con la masa en reposo, midiendo desde un punto fijo O adecuado, la coordenada de m es:

$$y_0 = l + mg/k , \qquad (1.40)$$

donde l es la longitud natural del resorte. Midiendo el desplazamiento y de la masa desde el mismo origen O, el desplazamiento del equilibrio es  $x=y_-y_0$ . La solución general de la ecuación (1.35) se puede obtener sustituyendo  $x\sim e^{\lambda l}$  y resolviendo para  $\lambda$  la ecuación algebraica resultante:  $\lambda^2 + \gamma \lambda + \omega_0^2 = 0$ . Las soluciones son  $\lambda = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} + \omega_0^2}$ , dependiendo del discriminante,  $\Delta = \frac{\gamma^2}{4} + \omega_0^2$ , tendremos tres situaciones diferentes:

# Régimen subamortiguado

Si  $\Delta < 0 \rightarrow \frac{\gamma^2}{4} < \omega_0^2$ , el régimen es *subamortiguado*. Definimos la frecuencia  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}} > 0$  y la solución, que es oscilatoria, se puede escribir en la forma

$$\times (t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \varphi), \tag{1.41}$$

donde A y  $\varphi$  son constantes determinadas por las condiciones iniciales. Observe que la amplitud de oscilación:

$$A(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t},\tag{1.42}$$

decrece exponencialmente con un tiempo característico (o constante de tiempo)  $\tau = \frac{2}{\gamma} = \frac{2m}{b}$ . Es decir, en un tiempo  $t = \tau$ , la amplitud cae a  $\frac{1}{e} \approx 0.37$  de su valor inicial. Si se evalúa la ecuación 1.35 en máximos consecutivos a tiempos  $t_0$ ;  $t_0 + T$ ,  $t_0 + 2T$ ,...,  $t_0 + nT$ , el cociente:

$$\frac{x(t_0)}{x(t_0+nT)} = e^{-\frac{\gamma}{2}nT},\tag{1.43}$$

se conoce como el decremento del movimiento y depende solo de  $\gamma$  y de  $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

#### Régimen críticamente amortiguado

Si  $\Delta=0 \rightarrow \frac{\gamma^2}{4} = \omega_0^2$ , el régimen es *criticamente amortiguado*. En este caso, el amortiguamiento ya es "grande" y evita que el sistema realice un movimiento oscilatorio. Para  $\frac{\gamma^2}{4} = \omega_0^2$  resultan dos raíces reales e iguales, es decir con multiplicidad uno,  $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{\gamma}{2}$  y el desplazamiento no se puede parametrizar en la forma  $e^{\lambda t}$ , sino que se requiere un término lineal,

$$x(t) = (A + Bt) e^{-\frac{V}{2}t}, \tag{1.44}$$

donde A y B se determinan por las condiciones iniciales. Si se parte del reposo, el comportamiento es el de una función monótona decreciente hasta llegar a cero.

# Régimen sobreamortiguado

Si  $\Delta > 0 \rightarrow \frac{\gamma^2}{4} > \omega_0^2$ , el régimen es *sobreamortiguado*, en este caso, definimos  $\lambda = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$  y la solución es una combinación lineal de exponenciales reales:

$$\times(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t} (Ae^{\lambda t} + Be^{-\lambda t}), \tag{1.45}$$

con A y B dados por las condiciones iniciales. Observe que no es una frecuencia, ya que no hay oscilación en este caso.

#### **Proyecto 1: Oscilaciones libres**

Existen diferentes métodos de toma de datos experimentales que permiten estudiar las oscilaciones de un sistema mecánico. Varios autores han proporcionado una amplia gama de posibilidades (Galeriu, Edwards, Esper, 2014; Gil, 2014; Gil, Di Laccio, 2017; Sans, Manjón, Pereira, Gómez-Tejedor, Monsoriu, 2013). En este proyecto se propone analizar las oscilaciones de un sistema de masa y resorte vertical y evaluar si los datos experimentales se ajustan o no al modelo de oscilaciones libres. Para el caso de oscilaciones se busca verificar la tan importante relación:  $T^2 = \frac{4\pi^2 m}{k}$  al graficar el período al cuadrado en función de la masa.

#### **Equipo**

Un smartphone con una aplicación para medir las componentes de la aceleración, un resorte, lastres de 50 g, una balanza y opcionalmente una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo

- \*\* De forma aproximada determine la constante elástica del resorte usando una pesa de masa conocida (puede ser su propio celular) y midiendo el estiramiento.
- \*\* Prepare su dispositivo experimental como se muestra en la figura 1.27.
- \*\*Configure adecuadamente su aplicación para medir componentes de la aceleración desde las herramientas de Androsensor. Se sugiere un intervalo de medición de 0.02 s.
- \*\* Con el teléfono en la posición de equilibrio inicie la recolección de datos, luego estire el resorte unos centímetros y libérelo desde el reposo dejando que logre su estado de régimen estacionario.
- \*\*Grafique *a<sub>y</sub>* (*t*) vs *t* y luego seleccione entre sus datos unas 4 a 8 oscilaciones, asegurándose que el sistema está en régimen. Con estas determine el período promedio de sus oscilaciones. Anote la masa correspondiente.
- \*\*Varíe la masa del teléfono agregando lastres de 50 g y mida el nuevo período de oscilación. Repita lo anterior para al menos 8 masas diferentes.
- \*\*Grafique el  $T^2$  vs m y coteje sus resultados con la ecuación 1.37. ¿Se cumple la relación entre el período cuadrado y la masa?
- \*\*Mediante el ajuste adecuado de sus datos determine *k* con su incertidumbre estadística.

#### Proyecto 2: Oscilaciones amortiguadas

En el caso de oscilaciones amortiguadas se busca determinar el coeficiente de amortiguamiento del sistema en el aire. Para esta parte se pondrá a oscilar el sistema y a registrar su aceleración durante un tiempo tal que permita una reducción significativa de la amplitud de oscilación.

#### Equipo

Un smartphone con una aplicación para medir las componentes de la aceleración, un resorte y opcionalmente una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo

\*\* Prepare su dispositivo experimental como se muestra en la figura 1.27.

\*\*Configure adecuadamente su aplicación para medir componentes de la aceleración desde las herramientas de Androsensor. Se sugiere un intervalo de medición de 0.02 s.

\*\* Con el teléfono en la posición de equilibrio inicie la recolección de datos, luego estire el resorte unos centímetros y libérelo desde el reposo. Deje oscilar el sistema hasta que a simple vista se detecte una disminución significativa de la amplitud de oscilación<sup>4</sup>.

\*\* ¿Qué tipo de amortiguamiento se obtiene en este caso? ¿Cómo lo sabe?

\*\* ¿Se ajustan sus datos a la expresión:  $a_y(t) = a_0 e^{-(\gamma/2)t} \cos(\omega t + \varphi)$ ? En caso afirmativo, ¿cuáles son los mejores valores para los parámetros  $a_0$ ,  $\omega$  y  $\varphi$ ?

\*\*Para cuantificar la calidad del ajuste de sus datos experimentales con su modelo teórico use como estimador el desvío cuadrático medio:

RMSD= $\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_{teórico} - y_{experimental})^2/N}$ , donde N es el número de datos. ¿Qué tan bueno es el ajuste? Explique.

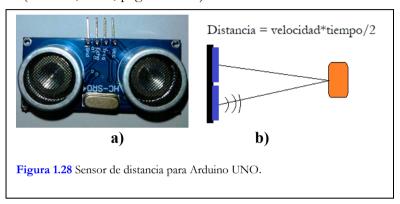
\*\*Determine la frecuencia angular de oscilación y el coeficiente de amortiguamiento con su incertidumbre.

\*\*A partir del ajuste de sus datos integre la aceleración para obtener la velocidad como función del tiempo y luego integre la velocidad para obtener la ley horaria de posición.

<sup>4</sup> Este experimento puede ser realizado usando una placa Arduino y el sensor de distancia que viene como accesorio para a placa (Galeriu, Edwards, Esper, 2014). Ver anexo 5.

#### Anexo 5: Sensor de distancia

Para esta actividad es posible sustituir el teléfono inteligente por una placa Arduino UNO con el módulo HC-SR04 (sensor de distancia). Puede descargar el programa Arduino desde: <a href="https://www.arduino.cc/en/main/software">https://www.arduino.cc/en/main/software</a> Para la obtención de los datos recolectados en planillas de cálculo de Excel puede instalar en su computadora personal PLX-DAQ que es de descarga libre y gratuita en: <a href="https://www.parallax.com/downloads/plx-daq">https://www.parallax.com/downloads/plx-daq</a>. Es posible comunicar la placa con otros programas de análisis de datos como LabView o MatLab (Nichols, 2017, pág. 226-227).



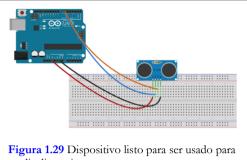
A continuación se presenta un esquema básico del sensor de distancia y una posible programación para su funcionamiento. En este caso es necesario incluir una computadora personal y tener instalado el programa Arduino.

El sensor de distancia por ultrasonido se muestra en la figura 1.28a. El HC-SR04 cuenta con cuatro terminales: Gnd, Echo, Trig y  $V_{\alpha}$ , que deben conectarse a la placa como se muestra en la tabla 1:

Tabla 1. Conexiones desde el sensor de distancia a la placa Arduino UNO.

Placa Arduino	HC-SR04
Alimentación de 5 V-Power	$V_{cc}$
GND-Power	Gnd
Pin 6-Digital	Echo
Pin 7-Digital	Trig

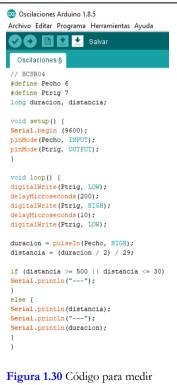
Opcionalmente se puede colocar un led rojo para indicar (al encenderse) si la distancia detectada frente a un objeto es menor a un mínimo pre-establecido por el usuario. Este se conecta en los pines 13 y GND de la placa (Digital), terminales positivo y negativo respectivamente del led. El dispositivo se muestra en la figura 1.29. El código



medir distancias.

para el registro de distancias puede ser diseñado de acuerdo con los intereses del experimentador. Aquí presentamos un código a modo de ejemplo, ver figura 1.30. Este código permite obtener distancias con un paso de tiempo de

400 ms. El envío y recepción del pulso en el sensor, al interactuar con el objeto, se ilustra en la figura 1.28 b. La distancia obtenida al multiplicar la velocidad del sonido por la mitad del tiempo de tránsito corresponde a la hipotenusa del triángulo que se forma entre el emisor, el objeto y el punto medio entre el emisor y receptor. La precisión en la medición de la distancia puede ser mejorada teniendo en cuenta que la separación horizontal entre la salida y la entrada del sensor (≈2.6 cm) y usar el teorema de Pitágoras para encontrar el cateto que brinda la distancia (Galeriu, Edwards, Esper, 2014, pág. 158).



distancias en Arduino UNO.

#### Referencias

- Arduino (2017). Recuperado de: <a href="https://www.arduino.cc/en/main/software">https://www.arduino.cc/en/main/software</a> Galeriu C., Edwards S., Esper G. (2014). An Arduino Investigation of Simple Harmonic Motion. *The Physics Teacher*, 52, 157. doi:10.1119/1.4865518
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega, 2014.
- Gil S., Di Laccio J. L. (2017). Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: http://www.lajpe.org/mar17/1305 Salvador 2017.pdf
- Marion, J.B., (1970) Classical Dynamics of Particles and Systems, Segunda Edición, Academic Press.
- Nichols, D. (2017). Arduino-Based Data Acquisition into Excel, LabVIEW, and MATLAB. *The Physics Teacher*. 55,226. DOI: 10.1119/1.4978720
- Sans J., Manjón F., Pereira A., Gómez-Tejedor J., Monsoriu J. (2013). Oscillations studied with the smartphone ambient light sensor. *European Journal of Physics*, 1349–1354.

# Péndulo simple

El péndulo simple es un sistema idealizado, constituido por una partícula de masa *m* que está suspendida de un punto O mediante un hilo inextensible y peso muy pequeño y para el cual se desprecia el rozamiento con el aire. A partir de una inspección de la figura 1.31, es sencillo plantear las fuerzas sobre la masa en la dirección tangencial y llegar a la ecuación de movimiento del péndulo simple:

$$ml^{2}\ddot{\theta} + mg \, l \sin\theta = 0, \tag{1.46}$$

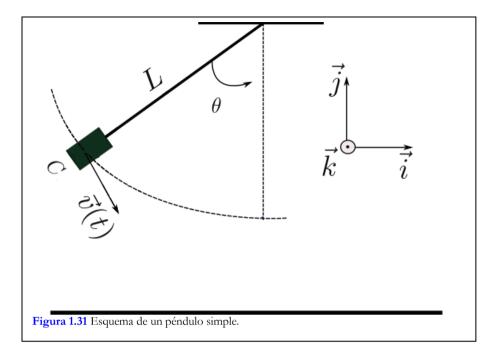
donde  $\ddot{\theta}$  es la forma habitual de escribir la aceleración angular y g es la aceleración gravitatoria. Para pequeñas oscilaciones,  $sin \theta \approx \theta$ , obteniéndose así la ecuación de un oscilador armónico,

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0, \tag{1.47}$$

donde  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$  es la frecuencia natural y  $\theta$  está en radianes. El período de oscilación asociado a esta frecuencia natural es  $T = 2\pi/\omega_0$ , que se puede escribir como:

$$T = 2\pi \sqrt{l/g} , \qquad (1.48)$$

y no depende de la masa m del péndulo ni de la amplitud de la oscilación (hipótesis de pequeñas oscilaciones), depende de  $l^{1/2}$ .



#### Proyecto: Poniendo a prueba las leyes del péndulo

El objetivo de este proyecto es poner a prueba las leyes del péndulo simple. Primero estudiar, para el caso de las pequeñas oscilaciones, la relación entre: el período de oscilación y su longitud y si se verifica determinaremos la aceleración gravitatoria. Luego estudiaremos la dependencia o no del período con la masa que pende para un largo constante.

# Equipo

Equipo necesario: un smartphone que tengan aplicaciones para medir las componentes de la aceleración (acelerómetro) y/o la velocidad angular (giroscopio), hilo delgado, un soporte y de forma opcional una computadora personal.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Implemente un péndulo como el de la figura 1.31, use un largo de péndulo de alrededor de 1.5 m.
- \*\*Configure su celular para registrar las componentes de la aceleración y la velocidad angular. Una frecuencia de muestreo de 100 Hz puede ser suficiente.
- \*\*Inicie la recolección de datos, separe el bulbo del péndulo (teléfono) un ángulo menor a 10° y libérelo dejando que realice al menos unas 20 a 30 oscilaciones y detenga la recolección.
- \*\*Repita el ítem anterior al menos 5 largos.

- \*\*A partir de los datos recolectados, de velocidad angular o aceleración, grafique cada uno y obtenga el período promedio para cada longitud.
- \*\*Grafique  $T^2$  vs l y mediante el ajuste adecuado de los datos, determine el valor de la aceleración gravitatoria.
- \*\*Como segundo caso, elija un largo fijo de su péndulo, por ejemplo 1.5 m y determine el período de oscilación usando un único teléfono inteligente. Luego repita el largo pero usando de bulbo dos teléfonos adheridos entre sí. ¿Se producen variaciones en el período? ¿Por qué?

Opcional: Estudie la energía conservación de la energía mecánica del sistema.

# Referencias

- Asim, F. (2015). Androsensor. Recuperado de: http://www.fivasim.com/androsensor.html
- Buzzo Garrao, R. (2007) Estrategia EE (Excel-Euler) en la enseñanza de la Física. *American Journal Physics Education*, 1 (1). 19-23.
- Calderón, S., Núñez, P., Di Laccio, J.L., Mora Iannelli, L. y Gil, S. (2015) Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias.12 (1), 212-226.
- Forinash, K., Wisman, R. (2015). Photogate Timing with a Smartphone. *The Physics Teacher* 53, 234. DOI: 10.1119/1.4914566
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: <a href="http://www.lajpe.org/mar17/1305">http://www.lajpe.org/mar17/1305</a> Salvador 2017.pdf
- Kuhn, J., Vogt, P. (2013). Applications and Examples of Experiments with Mobile Phones and Smartphones in Physics Lessons. *Frontiers in Sensors*, 67-73.
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). Física Volumen 1. México: Grupo Editorial Patria.
- Young, H. y Freedman, R. (2009). Física Universitaria Volumen 1. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-442-288-7

# Cap. 2: Calor, fluidos y ondas

# Termografía infrarroja

Todos los cuerpos por el solo hecho de encontrarse a cierta temperatura, emiten radiación electromagnética en una amplia variedad de longitudes de onda debido a las vibraciones de sus moléculas. Dependiendo de la temperatura a la que se encuentre, emitirán radiación más intensa en una u otra zona del espectro electromagnético.

En 1909, el físico alemán Max Planck enunció la ley que describe la emisión térmica. De esta ley se deducen las leyes de Wien y la de Stefan-Boltzmann. La ley de Wien indica que la longitud de onda, a la cual la radiancia espectral es máxima, verifica:

$$\lambda_{m\acute{a}x}T=2.898 \times 10^{-3} mK \tag{2.1}$$

Este resultado era bien conocido antes de que Planck desarrollara su teoría de radiación térmica.

La longitud de onda del color es la misma que la calculada para la  $\lambda_{m\acute{a}x}$ . Así, un objeto de hierro a temperatura ambiente ( $\approx 300$  K), presenta un pico de emitancia radiante a 9,7 µm, en el infrarrojo lejano, que nuestros ojos no son capaces de percibir, pero sí puede detectarse mediante una cámara de infrarrojos.

La ley de Stefan-Boltzmann, enunciada por los austriacos Josef Stefan y Ludwig Boltzmann, afirma que la radiancia (energía emitida por unidad de tiempo por unidad de área) por un cuerpo es proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:

$$R = \varepsilon \sigma T^4 \tag{2.2}$$

siendo  $\sigma=5,67\times10^{-8}W\cdot m^{-2}K^{-4}$ , donde  $\varepsilon$  es la emisividad (0 <  $\varepsilon$  < 1), propiedad que indica la relación entre la radiación emitida por una superficie real y la emitida por el cuerpo negro a la misma temperatura. Para el cuerpo negro  $\varepsilon$ 

= 1; cuanto menor sea el valor de la emisividad, como la que presentan los metales pulidos, mayor será el porcentaje de radiación reflejada. A estos cuerpos, con  $\varepsilon < 1$ , se los denomina cuerpos grises.

Nuestros ojos son órganos foto-receptores que han evolucionado para detectar la radiación electromagnética exclusivamente en el espectro de la luz visible. Cualquier otro tipo de radiación electromagnética, como la infrarroja, es invisible para el ojo humano (de Prada Pérez, 2016).

La termografía infrarroja es una técnica no invasiva que permite determinar temperaturas de forma indirecta, a través del uso de cámaras termográficas, que miden y toman imágenes de la radiación infrarroja emitida por los cuerpos sin necesidad de que haya luz visible. Como esta radiación es función de la temperatura de la superficie del cuerpo y de su emisividad, la cámara permite el cálculo y visualización del valor de dicha temperatura si se conoce la emisividad.

En la actualidad el acceso a cámaras termográficas es sencillo y a un relativo bajo costo, si se compara con equipos profesionales de laboratorios, se puede comprar como accesorio para teléfonos inteligentes o directamente comprar uno con ella incorporada.

La cámara termográfica FLIR One (FLIR Systems, 2017) es un accesorio para teléfonos inteligentes con sistema IOS o Android. La cámara se detecta con el smartphone a través de una aplicación que se llama FLIR One, que es de descarga libre en Play Store para los sistemas Android. Esta aplicación facilita la captura de imágenes térmicas de diferentes situaciones de interés para la física o ramas afines. Las imágenes térmicas permiten obtener temperaturas en un plano del objeto de forma simultánea, pudiéndose detectar patrones térmicos, anomalías, entre otros comportamientos de la temperatura y propagación del calor en los objetos.

Este equipamiento permite abordar diferentes fenómenos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación entre sistemas, que se pueden analizar y comprender en mayor profundidad si se incluye al análisis el programa *Flir Tools.* Este programa puede descargarse desde <a href="https://play.google.com/store/apps/details?id=com.flir.viewer&hl=es\_419">https://play.google.com/store/apps/details?id=com.flir.viewer&hl=es\_419</a> para teléfonos inteligentes. También es posible descargar el programa para su la computadora personal.

En la figura 2.1 se muestra una fotografía tomada con un smartphone con el accesorio de la cámara termográfica, la cual está siendo analizada con el programa *Flir Tools*.

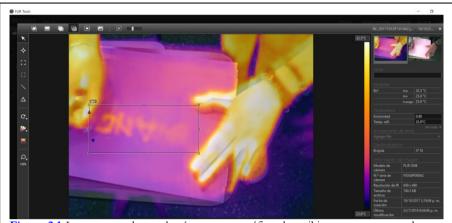


Figura 2.1 Imagen tomada con la cámara termográfica al escribir con una goma sobre un banco de madera. La imagen se carga al programa Flir Tools.

Para la obtención de una imagen térmica se debe seleccionar el rango de emisividad en el equipo (mate, semi-mate, semi-brillante y brillante). Es conveniente realizar un buen encuadre y enfoque del objeto al cual se quiere medir la temperatura acercándose lo más que se pueda. También se deben tener en cuenta las condiciones de temperatura y humedad ambiente, registrarlas para luego incorporarlas al análisis cuantitativo. La medición de temperaturas con precisión, a partir de una imagen termográfica, es posible atendiendo un conjunto de recomendaciones al momento de su obtención, así como ingresando los parámetros adecuados al programa de análisis: emisividad, humedad, temperatura de reflexión, distancia, temperatura ambiente entre otros. Puede informarse https://www.fenercom.com/pdf/publicaciones/Guia-de-la-Termografia-Infrarroja-fenercom-2011.pdf, Cap. 9: Cómo medir la temperatura con la cámara termográfica, páginas 87 a 97. Es importante destacar que la temperatura obtenida por este método queda afectada por múltiples incertidumbres. En cambio, las diferencias relativas, se miden con más precisión.

# Proyecto 1: Percepción subjetiva de la temperatura de un cuerpo

El concepto de temperatura se origina en las ideas cualitativas de "caliente" y "frío" basadas en nuestro sentido del tacto. Un cuerpo que se siente caliente suele tener una temperatura más alta, que un cuerpo similar que se siente frío.

Estas nociones son vagas y nuestros sentidos pueden muchas veces engañarnos ya que lo que comúnmente sentimos como calor o frío es la rapidez de transferencia de calor  $(W/m^2)$  en un sentido u otro. Esto depende, no solo de la diferencia de temperatura entre nuestro cuerpo y el objeto, sino de la conductividad térmica del objeto. Por eso, un metal se percibe más frío al tacto que un pedazo de madera a la misma temperatura. Además, existe un efecto de "acostumbramiento" de nuestros sentidos que afecta nuestra percepción de calor o frío.

En este proyecto se discute la sensación térmica percibida por una persona al colocar un dedo en un recipiente con agua tibia, donde previamente se sumerge el dedo en agua a diferentes temperaturas (fría y caliente), con medida la temperatura del agua usando imágenes térmicas.

# Equipo

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, tres vasos y agua.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica. No olvide previamente descargar e instalar la aplicación necesaria para su detección, *Flir one*. Descargue además el programa de análisis de imágenes *Flir Tools*.
- \*\*Etiquete tres vasos: frio, tibio y caliente. Luego vierta agua fría, tibia y caliente en cada vaso etiquetado. Realice una imagen térmica que contenga los tres vasos. ¿Se diferencian claramente las diferentes temperaturas?
- \*\*Coloque los dedos índices de cada mano en los vasos de agua fría y caliente y cuente hasta 20 y luego retírelos simultáneamente. Realice una imagen térmica de sus dedos y rápidamente colóquelos en el vaso de agua tibia.
- \*\* ¿Qué sensación térmica tiene en cada uno de sus dedos?
- \*\* ¿Es el hombre un buen instrumento para medir temperaturas? ¿En qué basa su afirmación?

# Proyecto 2: Madera y metal como conductores de térmicos

Cuando colocamos la mano sobre la superficie de una mesa, se produce una transferencia de energía del cuerpo de mayor temperatura al de menor, por lo general, de la mano a la mesa. El mecanismo de transferencia de calor por contacto se denomina *conducción térmica* y la energía transferida en el proceso cantidad de calor, *Q*. Este proceso se caracteriza por la existencia de un medio material a través del cual se propaga la energía y la trasmisión sin transporte de materia. A nivel atómico, los átomos de las regiones de mayor temperatura tienen más energía cinética, en promedio, que sus vecinos a me-

nor temperatura, así le transfieren algo de su energía. Los vecinos colisionan con otros vecinos, continuando así a través del material. La energía asociada al movimiento térmico se propaga por conducción.

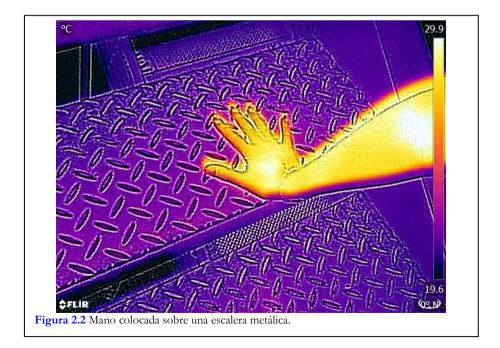
Los metales generalmente son buenos conductores del calor ya que tienen algunos electrones que pueden abandonar sus átomos originales y vagar por la red cristalina. Estos electrones "libres" pueden llevar energía rápidamente de las regiones de mayor temperatura a las de menor. Este mecanismo permite entender porque los buenos conductores de calor suelen ser buenos conductores eléctricos (Young y Freedman, 2009). Las fotografías termográficas permiten estudiar diferentes fenómenos, entre ellos la conducción térmica en metales (Xie, 2012)

# **Equipos**

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, madera y metal y opcionalmente una computadora personal.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica. No olvide previamente descargar e instalar la aplicación necesaria para su detección, *Flir one*. Descargue además el programa de análisis de imágenes *Flir Tools*.



\*\* Tome una madera (puede usar una mesa) y utilizando la cámara termográfica de su teléfono inteligente obtenga una imagen térmica (posicione su cámara termográfica lo más cerca posible y en un plano paralelo a la madera), luego coloque su mano sobre la madera, al menos unos 20 segundos, retírela, y vuelva a obtener una imagen térmica.

\*\*Tome ahora una superficie metálica y repita los pasos del ítem anterior, ver figura 2.2.

\*\*En cada uno de los casos anteriores se realiza una transferencia de energía desde su mano  $(T_1)$  al material  $(T_2)$ , suponemos que  $T_1 > T_2$ . Realice un estudio de cada una de las imágenes utilizando *Flir Tools*, particularmente, evalúe el cambio de temperatura de la zona de la madera y metal en donde colocó su mano. Puede ser útil utilizar la herramienta de medición de cuadros, isoterma y exportar los datos en formato *.csv* para su posterior análisis.

\*\* ¿Cuál de los dos materiales presenta mayor conductividad térmica? ¿Cómo lo sabe? Explique.

# Proyecto 3: ¿De qué manera se enfría un plato de sopa?

La propagación de energía mediante el mecanismo calor a través de la *convección* se caracteriza por la existencia un medio material fluido a través del cual se propaga la energía. La convección se produce cuando un objeto que está a mayor temperatura que su entorno entra en contacto, por ejemplo, con el aire circundante y muy cercano a este, esto hace que se eleva la temperatura del aire, implicando una disminución de su densidad. Este aire al ser menos denso que el aire cercano, sube, y se establece una circulación por convección. En este caso, se denomina convección natural, al no haber otro mecanismo de forzamiento que las diferencias de densidad y temperatura en el fluido.



**Figura 2.3** Jarra térmica calentando agua, la diferencia de colores evidencia el proceso de convección.

Cuando se calienta agua en una olla en la hornalla de una cocina o en una jarra térmica, se producen corrientes de convección, ver figura 2.3. Existen al menos dos tipos de convección, la natural y la forzada.

# **Equipos**

Teléfono inteligente, accesorio cámara termográfica, un sobre de sopa, un plato para servir la sopa y opcionalmente una computadora personal.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Prepare su teléfono inteligente colocándole el accesorio de la cámara termográfica.
- \*\*Prepare, por ejemplo, un sobre de sopa con agua caliente y vierta en un plato una porción con distribución homogénea. Mida el diámetro del plato y anote la temperatura ambiente. En la figura 2.4 se muestra la imagen térmica de un plato de sopa.
- \*\*Coloque una regla de referencia de distancias y capture un conjunto de 8 imágenes térmicas en un plano paralelo al plato, espaciadas entre sí un minuto y manteniendo fijo el lugar de la cámara.
- \*\*Para cada una de las imágenes obtenga un perfil de temperatura, es decir, seleccione medida lineal de temperatura desde el centro del plato al borde. Identifique además zonas "isotermas" es decir regiones en donde la diferencia de temperatura es del orden de 1°C.
- \*\*Grafique *T vs r*, donde *T* es la temperatura correspondiente a la distancia *r* medida desde el centro del plato al borde. Se sugiere que el estudio de las "isotermas" defina las temperaturas y las distancias *r* correspondientes. Repita el gráfico para cada imagen térmica. ¿Qué tipo de ajuste obtiene en cada caso? ¿Qué regiones se encuentran a menor temperatura?
- \*\* Para r = 0, r = R/2 y r = R grafique T vs t usando las 8 imágenes térmicas.



Figura 2.4 Imagen térmica de un plato de sopa tomada con la cámara Flir One para teléfonos inteligentes.

¿Cuánto tiempo esperaría para empezar a comer?

\*\* ¿Por qué lugar comenzaría a servirse el alimento?

# Medición de temperatura

La medida de temperatura se basa en alguna propiedad termométrica de un sistema o sustancia, que permita una medida repetible, precisa de la temperatura de un objeto.

# Proyecto 1: Midiendo temperatura con Arduino UNO

En este proyecto se propone construir un sensor de temperatura utilizando

un circuito integrado (LM35) cuyo voltaje de salida es aproximadamente proporcional a la temperatura. Su rango de medición de temperaturas abarca desde -55 °C hasta 150 °C. A temperatura ambiente tiene una precisión de alrededor de 0.25 °C y a rango completo de 0.75 °C. La salida es lineal y cada grado Celsius equivale a 10 mV, por lo tanto: 100 °C = 1000 mV.

En la figura 2.5 se presenta el LM35, se identifican los conectores: +V, Gnd y Vout. Los dos primeros permiten la alimentación del circuito y los dos últimos brindan la salida de voltaje que depende de la temperatura. El voltaje de alimentación nominal del LM35 es de 5 V, extraído de la placa Arduino UNO.

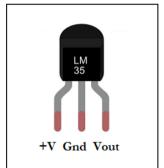


Figura 2.5 LM35 y sus tres conectores, +V y Gnd lo alimentan y Gnd y Vout la salida de voltaje.

# **Equipos**

Una placa Arduino UNO, un LM35, conectores jumper, un protoboard y una computadora personal con acceso al programa Arduino<sup>5</sup>. Alternativamente se puede usar un protoboard, pilas y un multímetro.

<sup>\*\* ¿</sup>Qué efecto tiene en la convección la temperatura ambiente?

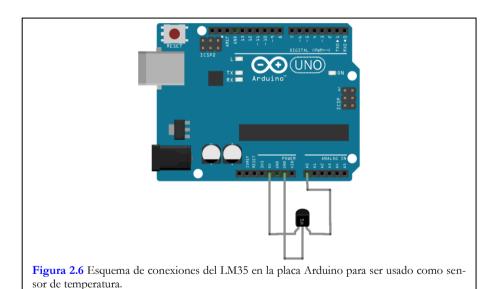
<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Ver anexo 5 para los detalles de descarga y recolección de datos.

#### Sugerencias de trabajo

\*\*Prepare su computadora personal, es decir, si aún no tiene instalado Arduino Uno proceda a realizarlo ya que será necesario para el desarrollo de su proyecto.

\*\*Realice el montaje que se muestra en la figura 2.6. Note que: +V y Gnd se conectan en POWER de la placa, el primero a 5 V y el segundo a GND. Por su parte Vout se conecta en ANALOG IN en el pin A0<sup>6</sup>.

\*\*Ingrese al programa Arduino una programación que le permita recolectar datos que permitan obtener la temperatura y simultáneamente se comunique con algún programa de tratamiento de datos, por ejemplo Excel, MatLab o LabView. Puede visitar <a href="https://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html?stid=srchtitle">https://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html?stid=srchtitle</a> para descargar el paquete de compatibilidad con MatLab.

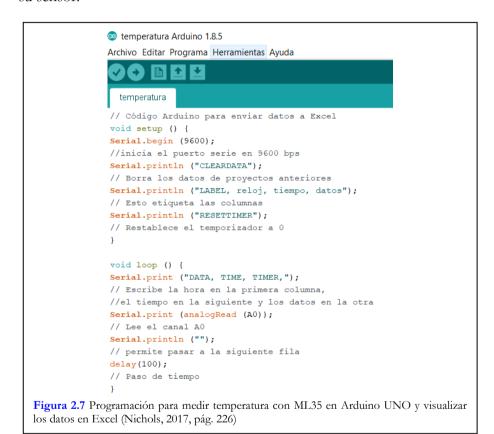


En la figura 2.7 se proporciona una programación básica en Arduino que le puede resultar de utilidad, ya que, permite obtener unos valores entre 0 y 1023 que están asociados a la resolución de 10 bit de la plaqueta. Esos valores se pueden convertir a voltaje simplemente con V=5\*lectura/1024, la resolución en voltaje es de aproximadamente 5 mV. Conociendo la curva de calibración del LM35 fácilmente se pueden usar los voltajes para obtener el valor de la temperatura. Si usa esta programación, valore sus ventajas y desventajas y/o modifíquela para el logro de sus propósitos.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Esta forma de conexión es compatible con las programaciones brindadas en el anexo 6.

\*\*Una vez implementado el sensor de temperatura, realice pruebas de comparación de sus mediciones con las que se obtienen con un termómetro común de alcohol. Liste ventajas y desventajas entre usar uno u otro sistema de medición.

\*\*Si desea usar su sensor de temperatura en líquidos se sugiere que utilice algún tipo de encapsulamiento del LM35, puede ser suficiente usar termo contraíbles para cables. ¿En qué afecta el encapsulamiento al funcionamiento de su sensor?



# Proyecto 2: Enfriamiento de un cuerpo en el agua

El objetivo de este proyecto es estudiar el enfriamiento de un cuerpo totalmente sumergido en agua. Para ello se utiliza una botella de refresco a la cual se le vierte una crema coloreada (maicena, agua y colorante) a una temperatura aproximada de entre 50°y 60°C. En este caso se produce una transferencia de calor entre ambos cuerpos, siendo la cantidad de calor, Q, la magnitud que mide la energía transferida.

La cantidad de calor se obtiene:

$$Q=m.c. \Delta T, \tag{2.3}$$

en donde m es la masa del cuerpo, c su calor específico y  $\triangle T$  la diferencia de temperatura que este experimenta<sup>7</sup>.

Si tenemos un cuerpo de masa *m*, y área *A*, a una cierta temperatura inicial Ti, inmerso en un fluido a temperatura To (supuesta inferior a Ti), este comienza a disminuir su temperatura. Si la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y el fluido no es demasiado grande, la energía transferida por unidad de tiempo mediante el mecanismo calor, (*Q*), hacia el cuerpo o desde el cuerpo por conducción, convección y radiación puede modelarse como proporcional a la diferencia de temperatura entre el cuerpo y el fluido.

$$\dot{Q}(t) = \alpha A (Ti - To), \tag{2.4}$$

 $\alpha$  es el coeficiente de transferencia de calor. Combinando las ecuaciones 2.3 y 2.4 tenemos:

$$dT(t)/dt = -k(T(t)-T_0), \text{ con } k = \alpha A/mc$$
(2.5)

Esta relación se conoce como Ley de enfriamiento de Newton. La constante de tiempo del proceso es  $\tau=1/k$ .

La solución de la ecuación 2.5 es la siguiente:

$$T(t) = T_0 + (T_i - T_0) e^{-kt},$$
 (2.6)

la cual resulta de integrar la ecuación 2.5 con *T=Ti* como condición inicial.

# **Equipos**

Un teléfono inteligente, un termómetro, una botella de refresco de plástico, una Interface LabQuest2 de Vernier y un sensor de temperatura<sup>8</sup>. Opcional:

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Se supone que no se produce cambio de estado.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Esta interface y el sensor es proporcionado por el docente de forma indirecta, a través de una conexión mediada por Internet. Se ha optado por incluir esta interface debido a que se cuenta con la misma en el Depto. de Física del CENUR. Por otro lado presenta facilidad de incorporación en la masividad ya que permite compartir en simultáneo la toma de datos con el grupo de estudiantes. Puede ver más en el Anexo 6.

Sensor de temperatura construido con Arduino UNO y una computadora personal.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Realice un montaje experimental como el que se muestra en la figura 2.8, el recipiente de agua debe tener un volumen suficiente como para evitar aumente su temperatura significativamente al colocar el envase.
- \*\*Mida la temperatura del agua, To, colocando un termómetro.
- \*\*Prepare la botella con la crema (bien llena) y coloque el sensor de temperatura totalmente sumergido.
- \*\*Prepare su sistema de recolección para medir al T (t), coloque el cuerpo en el agua, totalmente sumergido, e inicie simultáneamente la recolección de datos.
- \*\*Grafique T (t)-To en función del tiempo. ¿Qué tipo de curva obtiene?
- \*\*Linealice la ecuación 2.6 y a partir del ajuste de sus datos determine *k* con su incertidumbre.
- \*\*Suponga que ahora tiene una botella de refresco de la misma línea pero de mayor volumen, por ejemplo: 600 mL y luego 1.5L, y repite el experimento, ¿cambia el &? ¿Por qué?



**Figura 2.8** Balde contenedor de agua y recipiente con sensor de temperatura a la izquierda y a la derecha interface LabQuest2.

#### Anexo 6

LabQuest 2 es una interface de sencilla manipulación y con potencial para el trabajo en el laboratorio de ciencias, ver figura 2.9. Permite incorporar diferentes sensores que posibilitan la medición de diferentes magnitudes de interés, como por ejemplo: distancia, voltajes, intensidad de corriente, temperatura, campo magnético entre otras.

Puede obtener más información en:



Figura 2.9 Interface LabQuest2

# https://www.vernier.com/training/videos/play/?video=104&autoplay=true

Más allá de amplia gama de posibilidades de medición de magnitudes físicas, presenta algunas ventajas adicionales como: la autonomía de medición y la posibilidad de crear un túnel para acceder al equipo a través de un código QR o una dirección IP. Esto hace que a tiempo real los estudiantes puedan contar con datos de actividades experimentales para su procesamiento, ver figura 2.10.



Figura 2.10 Conexión a través de IP de la interface con un teléfono inteligente.

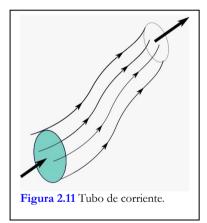
# Referencias

- de Prada Pérez I. (2016) La termografía infrarroja: un sorprendente recurso para la enseñanza de la física y la química. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias 13 (3), (617–627)
- FLIR Systems, I. (2017). FLIR. Recuperado de: <a href="https://www.flir.com/flirone/">https://www.flir.com/flirone/</a>
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Haglund J., Fredrik J., Hedberg D., Schönborn K. (2015). Thermal cameras in school laboratory activities. *Physics Education*, 1-10.
- Nichols, D. (2017). Arduino-Based Data Acquisition into Excel, LabVIEW, and MATLAB. *The Physics Teacher*. 55,226. DOI: 10.1119/1.4978720
- Xie C. (2012). Transforming Science Education with IR Imaging. InfraMation 2012 Proceedings, 1-9.
- Young, H., Freedman, R. (2009). Física Universitaria Volumen 1. Decimosegunda edición.

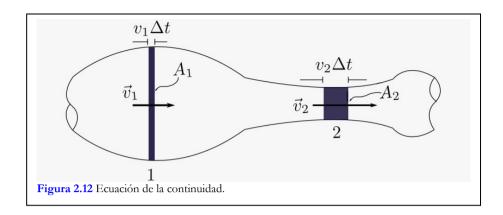
# Fluidos conservativos en régimen permanente

Los fluidos en movimiento pueden analizarse introduciendo variables como la presión, densidad y velocidad. Luego, aplicando las leyes de la dinámica de Newton o la conservación de la energía junto con la conservación de la masa a un elemento del fluido puede obtenerse la ecuación de Bernoulli y describir su comportamiento. Estudio que, como primera aproximación puede ser simplificado si se introducen algunas restricciones:

- En estado estacionario y en un punto dado, la velocidad permanece constante.
- 2. Incompresible, la densidad es constante (no depende de la posición y el tiempo).
- 3. No viscoso, no se tienen en cuenta las pérdidas por fricción debidas al movimiento relativo entre las capas del fluido (sistema conservativo).
- 4. Irrotacional: no presenta remolinos ni turbulencias.



El concepto de línea de corriente sirve para representar la velocidad de diferentes puntos dentro del fluido, así como para construir el concepto de tubo de corriente. El tubo de corriente es simplemente un haz de líneas de corriente, ver figura 2.11.



Considere un flujo de fluido ideal como el representado en la figura 2.12, la conservación de la masa usada entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$  permite reconocer que la masa que ingresa en  $P_1$  por la sección  $A_1$  en un tiempo dt es igual a la masa que sale por  $P_2$  por la sección  $A_2$  en el mismo tiempo,  $m_p = m_Q$ . Este resultado puede escribirse en función de la densidad del fluido y el volumen como:  $Q V_p = QV_Q$ , que usando la velocidad del fluido, el tiempo y la sección transversal lleva a:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{v}_1 = \mathbf{A}_2 \mathbf{v}_2 \tag{2.7}$$

El producto Av se denomina caudal y se representa con C, su unidad en el sistema internacional es  $m^3/s$ . Note que si la velocidad es constante el caudal también lo será y puede escribirse:

$$C = \Delta V / \Delta t$$
 (2.8)

 $\triangle V$  es el volumen de fluido que atraviesa la sección transversal de una tubería en un tiempo  $\triangle t$ .

La demostración de ecuación de Bernoulli para un flujo estacionario, incompresible, no viscoso e irrotacional puede encontrarse en textos de Física introductoria (Resnick, Halliday y Krane, 2013). La ecuación puede escribirse como:

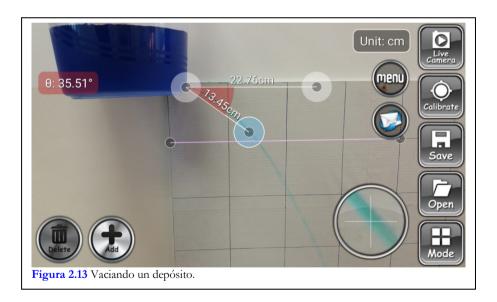
$$P_1 + 1/2 \varrho v_1^2 + \varrho g y_1 = P_2 + 1/2 \varrho v_2^2 + \varrho g y_2, \tag{2.9}$$

en donde la presión se representa con P, la densidad del fluido con  $\varrho$ , v es la velocidad, g la aceleración gravitatoria y la altura se representa con y. Los índices 1 y 2 indican dos puntos a lo largo de una línea de corriente.

La figura 2.13, se muestra un depósito cilíndrico, de sección  $A_1$  que tiene un orificio lateral  $A_2$ , siendo  $A_2 << A_1$  para evitar la turbulencia. De acuerdo con la ecuación 2.7 la velocidad de descenso del fluido en la  $A_2$  será muy lenta. Si se aplica la ecuación de Bernoulli, 2.8, a los puntos (1) y (2) situados en la superficie libre del fluido y en el centro del orificio lateral tomando como sistema de referencia el piso se obtiene:  $P_{alm} + \varrho g H_1 = P_{alm} + 1/2 \varrho v_2^2 + \varrho g H_2$ , donde se ha usado  $P_{alm}$  para indicar la presión atmosférica. Simplificando y despejando la velocidad de salida se obtiene:

$$v_2^2 = 2\varrho gh,$$
 (2.10)

en donde  $h=H_2$  -  $H_1$  es la diferencia de alturas, la distancia vertical entre la superficie del fluido y el orificio de salida.



# Proyecto 1: Trayectoria de un chorro de agua

Si se supone que un tubo de fluido puede modelarse como un conjunto de partículas en interacción mutua, el comportamiento de un chorro de líquido como el de la figura 2.10 debería cumplir con la cinemática de un proyectil modelado como masa puntual en condiciones ideales: Tierra plana, efectos

aerodinámicos despreciables y cambios de g con la altura. Cada partícula cumple entonces:

$$x=vt$$
,  $y=-gt^2/2$  que combinadas llevan a  $y(x)=-gx^2/2v^2$ , (2.11)

a la ecuación de la trayectoria en donde v es la velocidad de salida del fluido en el recipiente y x e y son las coordenadas de posición en el plano de movimiento. Esta hipótesis se puede poner a prueba de forma sencilla en algunas situaciones, a continuación se propone estudiar la validez de la hipótesis anterior. Con una simple botella se puede observar la trayectoria de un chorro de agua o se puede preparar un prototipo para hacerlo (Castro, Campos, Manzanares, Gomez, Figuero2013; Riveros, Oliva, Corona 2011).

**Equipo:** un teléfono inteligente, un recipiente transparente, una regla o vara de referencia.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Realice un montaje experimental como el que se muestra en la figura 2.13.

\*\*Defina como origen para su sistema de referencia el lugar desde donde sale el fluido y usando la escala real determine el módulo de diferentes posiciones del chorro y el ángulo que tiene el vector posición respecto de la horizontal<sup>9</sup>. Registre al menos 15 de dichos valores.

\*\*Determine las coordenadas x e y de las posiciones anteriores usando  $x=rcos\theta$  e  $y=rsin\theta$  y grafique y=f(x). ¿Qué tipo de trayectoria obtiene?

\*\*Grafique  $y=f(x^2)$  y mediante el ajuste adecuado de los datos determine la velocidad de salida del chorro de agua.

\*\*Para comparar su resultado de la velocidad obtenida, repita el montaje experimental inicial con el mismo nivel de agua del recipiente y vierta el chorro de líquido en un recipiente donde sea posible medir el volumen (por ejemplo una probeta o vaso cilíndrico) y mida el tiempo que tarda en descender el nivel de líquido aproximadamente 1 cm. Use las ecuaciones 2.8 y 2.7 para determinar la velocidad de salida. Mida con cuidado el diámetro del orificio de salida, puede ser útil usar la opción zoom de la cámara del teléfono colocando un objeto de dimensiones conocida en la imagen.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Use la aplicación ON 2DMeasure en opción de medir ángulos.

# Velocidad del sonido

La velocidad de propagación del sonido en un gas puede obtenerse con  $c=\sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$ , en donde  $\gamma$  es el índice adiabático del gas,  $\rho_0$  la densidad y  $P_0$  la presión normal. Si el gas es aire, con densidad es  $\rho_0=1.293$  kg/m³ (T= 273.15 K), con  $\gamma=1.4$  y está sometido a una presión  $P_0=1.013\cdot 10^5$  Pa, la velocidad del sonido tiene un valor aproximado de 331 m/s.

Para un gas ideal la presión se puede escribir usando la ley de los gases ideales:  $P = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$ , en donde m es la masa, R la constante universal de los gases ideales, T la temperatura, M la masa molar molecular y V el volumen. La densidad, se obtiene  $\rho = m/V$ . Al sustituir la presión y la densidad en la expresión de la velocidad del sonido se obtiene:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}, \tag{2.12}$$

que muestra la dependencia con la temperatura.

Para obtener la velocidad para diferentes temperaturas se puede sustituir en la ecuación 2.12 una expresión genérica para la temperatura,  $T=T_0+t(^{\circ}C)$  siendo  $T_0=273.15$  K y  $t(^{\circ}C)$  la temperatura en grados Celsius. Con esto la ecuación 2.12 es:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma R (T_0 + t/^{\circ}C))}{M}}, \qquad (2.13)$$

que puede ser desarrollada mediante el binomio de Newton  $(1 + \frac{t(^{\circ}C)}{T_0})^{\frac{1}{2}}$  para obtener:  $\sqrt{\frac{\gamma R T_0}{M}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\gamma R}{MT_0}} t(^{\circ}C)$ . Al evaluar la expresión en sus valores correspondientes:  $\gamma$ =1.4, R=8.315 KJ/ (Kmol.K),  $T_0$ =273.15 K y M=28.95 Kg/Kmol) se obtiene (Franco García, 2008):

$$c=331.4 + 0.6 *t(^{\circ}C)$$
. (2.14)

Las ondas estacionarias en tubos de aire muy largos o de diámetros pequeños comparados con su largo se producen a determinadas frecuencias que dependen de la longitud del tubo y la velocidad del sonido. En el tubo abierto en ambos extremos (tubo abierto) la frecuencia de resonancia es:

$$f=nc/2L,$$
 (2.15)

en donde n=1, 2, 3, ..., L es la longitud del tubo y  $\epsilon$  la velocidad del sonido.

En tubos con un extremo abierto y el otro cerrado (tubo cerrado) las frecuencias de resonancia se obtienen:

$$f=nc/4L$$
, (2.16)

en donde n=1, 3, 5,..., L es la longitud del tubo y  $\varepsilon$  la velocidad del sonido.

El extremo cerrado de una columna de aire es un nodo de desplazamiento ya que no permite el movimiento molecular y es un antinodo de presión, la variación de presión es máxima. Un extremo abierto se comporta como un antinodo de desplazamiento y un nodo de presión, la presión es fija y se corresponde con la presión atmosférica.

En tubos cilíndricos la longitud efectiva es mayor que la longitud geométrica, si el tubo es abierto la longitud efectiva es:

$$L_e = L_o + 2*0.6R,$$
 (2.17)

 $L_0$  es la longitud geométrica, R es el radio y el 2 indica corrección en cada extremo. Si el tubo es cerrado la corrección se realiza en un solo extremo.

Si se tiene un tubo cilíndrico de radio conocido se puede conocer a priori su longitud efectiva. Si en uno de los extremos del tubo se emite un pulso, este viaja a través del tubo hasta llegar al otro extremo abierto y se refleja regresando al lugar en donde fue emitido. Este proceso de reflexiones continúa hasta que la disipación de energía por parte del medio hace que el pulso no se pueda detectar.

Si se conoce el intervalo de tiempo entre la emisión y recepción de la señal ((1)) es posible medir la velocidad del sonido:

$$c = 2L_{ef}/\Delta t, \tag{2.18}$$

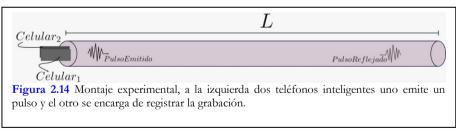
Los tiempos de tránsito de un pulso en un tubo cilíndrico de unos pocos metros de longitud es de algunas decenas de milisegundos y estos se pueden medir con relativa precisión si se graban las señales.

#### Proyecto: Midiendo la velocidad del sonido

**Equipo:** dos teléfonos inteligentes, caños de PVC de diferentes longitudes, una regla o cinta métrica, un termómetro y una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo

- \*\*Realice un montaje experimental como el que se muestra en la figura 2.14. Use caños de PVC y uniones para caños y dos teléfonos inteligentes, uno capaz de emitir un tono y el otro con capacidad de grabarlo para su posterior estudio.
- \*\*Mida cuidadosamente la longitud de los caños de PVC disponibles y para cada ensayo determine su longitud efectiva usando la ecuación 2.17. Se deben usar al menos tres caños de diferentes largos, las uniones (acoples) le permitirán cambiar la longitud.
- \*\*Emita un pulso de frecuencia 1500Hz y de una duración de 3 ms en uno de los caños y grabe la señal con su teléfono colocado en el mismo extremo. Este tiempo de duración del pulso es mucho menor que el tiempo de tránsito del pulso entre los extremos del tubo. Repita lo anterior para los caños que tenga disponibles.



- \*\*Utilizando, por ejemplo, el programa Audacity (<a href="https://www.audacityteam.org/">https://www.audacityteam.org/</a>) analice la señal de audio obtenida con su teléfono e identifique los tiempos correspondientes al tránsito del pulso entre los extremos del tubo.
- \*\*Construya un gráfico de las distancias recorridas por el pulso y sus correspondientes tiempos de tránsito.
- \*\*A partir del gráfico anterior determine la velocidad del sonido con su incertidumbre.

\*\*Mida la temperatura del ambiente y usando la ecuación 2.13 determine la velocidad del sonido con su incertidumbre y compare con la obtenida del ajuste de sus datos.

# Efecto Doppler acústico

Seguramente todos hemos escuchado el sonido de la sirena de un vehículo que pasa por la calle, en especial, el cambio del tono de la sirena justamente al momento de pasarnos. Este cambio de tono es evidente para el observador que está en la vereda, pero no para los pasajeros del vehículo. Si hubiésemos viajado en un coche a la misma velocidad que el vehículo con la sirena tampoco hubiéramos notado este cambio (Di Laccio, Ferrón, Gil, Alonso-Suárez, 2017; Gil, 2014). Existe una simple analogía desarrollada por Chakarvarti (1981) para describir este simple hecho usando una cinta transportadora y chocolates que viajan hacia un repositor.

Cuando una fuente de sonido en movimiento se nos acerca, percibimos una frecuencia mayor (un tono más agudo) que la emitida. En cambio, al alejarse la fuente el tono escuchado es más grave es decir, menor frecuencia.

Este efecto es conocido como efecto Doppler. Cuando una fuente emisora está en movimiento respecto a un observador estacionario la frecuencia *f*' detectada por éste viene dada por (Resnick, Halliday y Krane, 2013, pág. 441):

$$f' = f c / (c \pm vs), \tag{2.17}$$

donde f es la frecuencia emitida por la fuente, c es la velocidad del sonido respecto del aire y vs es la velocidad de la fuente respecto del observador. El signo negativo se aplica cuando la fuente se acerca al observador y el signo positivo cuando se aleja. Si no hay movimiento relativo entre el observador y la fuente, ambos miden la misma frecuencia, f. Cuando la fuente emisora acelera respecto al observador estacionario, la frecuencia f depende de cómo varíe la velocidad vs en el tiempo. Los fenómenos acústicos son de mucho interés y pueden ser estudiados utilizando teléfonos inteligentes y aplicaciones adecuadas (Kuhn, Vogt, 2013; Monteiro, 2018, Gil, Di Laccio 2017).

# Frecuencia Doppler para el caso de un péndulo

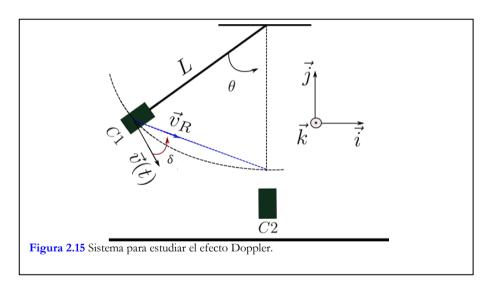
Considere el péndulo de la figura 2.15 que oscila en un plano, siendo acelerado por el campo gravitatorio. La velocidad tangencial del bulbo varía en su movimiento oscilatorio:

$$vt(t) = \omega(t) L, \tag{2.18}$$

en donde L es la longitud del péndulo y  $\omega$  la velocidad angular. La velocidad de la fuente respecto del observador C2 es:

$$v_{\rm R}(t) = vt.\cos(\delta),$$
 (2.19)

siendo una componente de la velocidad tangencial.



En la figura 2.16 se muestra en más detalle la geometría de la situación, a partir del análisis geométrico, se puede concluir que:

$$\alpha(t) + \beta(t) + \pi/2 = \pi \tag{2.20}$$

$$\theta(t) = \beta(t) + \delta(t) \tag{2.21}$$

Note que los puntos C1, C2 y O definen un triángulo isósceles que cumple:

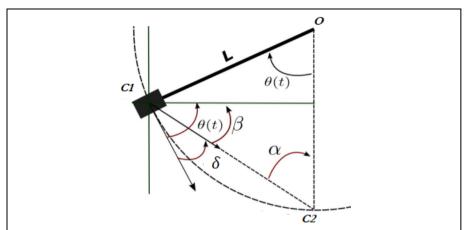


Figura 2.16 Análisis geométrico del movimiento del movimiento del péndulo respecto del observador fijo.

$$\theta(t) + 2\alpha(t) = \pi \tag{2.22}$$

A partir de las ecuaciones 2.20 a 2.22 se puede concluir que:

$$\beta(t) = \delta(t) = \theta(t)/2 \tag{2.23}$$

Luego, combinando las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.23 se obtiene:

$$v_{\rm R}(t) = \omega(t) \ L.\cos(\theta(t)/2)$$
 (2.24)

Es así que la frecuencia detectada por un observador en reposo en la posición más baja del péndulo medirá una frecuencia:

$$f' = f c / (c \pm \omega(t) L.cos(\theta(t)/2))$$
(2.25)

El signo negativo se aplica cuando el bulbo del péndulo (fuente emisora) se acerca al observador (C2) y el signo positivo cuando se aleja de este (Di Laccio, Vitale, Alonso-Suárez, Pérez, Gil, 2017).

Si  $\theta$ =0 se obtiene:

$$f' = f c / (c \pm \Omega L) \tag{2.26}$$

En donde  $\Omega$  es el módulo de la velocidad angular del sistema justo al cruzar por la posición de equilibrio estable.

# Proyecto 1: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo I

Aquí nos proponemos comparar las frecuencias experimentales cuando la fuente pasa justo por el lugar del observador con los valores predichos por el modelo matemático de la ecuación 2.26.

**Equipo:** un péndulo en donde el bulbo es un teléfono inteligente y el observador otro y un ordenador personal o PC.

#### Sugerencia de trabajo

\*\* Realice un montaje similar al de la figura 2.15. Procure que el largo del péndulo sea el mayor posible, esto asegura que la velocidad al pasar frente al observador sea considerable para registrar cambios en la frecuencia de sencillo reconocimiento. El bulbo del péndulo es uno de los teléfonos inteligentes, este tendrá dos funciones: 1) emitir un tono de frecuencia 4.0 KHz y 2) registrar, con el sensor giroscopio, la velocidad angular del sistema en torno al eje de sujeción. El otro smartphone se ubica en la posición más baja de la trayectoria del bulbo y será el encargado de grabar el tono percibido por un observador estacionario. Si lo desea la grabación puede realizarla directamente con un micrófono conectado a una computadora personal.

\*\*Configure su teléfono inteligente para medir velocidad angular en primer plano (sensor giroscopio de Androsensor) y en según plano como emisor de un tono puro tal como se mencionó anteriormente.

\*\*Coloque el bulbo del péndulo con un ángulo mayor a 40° respecto de la vertical. Inicie la grabación en el teléfono que actúa como observador e inicie la medición de velocidad angular y emisión del tono (se sugiere usar un golpe para sincronizar el inicio de la medición de velocidad con la grabación del tono) y libere el bulbo. Procure hacer silencio durante la toma de datos.

\*\*Una vez finalizada la recolección de datos, esto es luego de algunas oscilaciones completas use los datos del sensor giroscopio para graficar la velocidad angular en función del tiempo. Analice su gráfico e identifique los momentos en que el bulbo pasa frente al observador, es decir en donde la velocidad angular es máxima o mínima dependiendo del sentido de la pasada.

\*\*Determine la velocidad tangencial, " $v=\omega L$ ", del bulbo al pasar por la posición más baja de la trayectoria. ¿Qué cambio de frecuencia Doppler espera al usar la ecuación 2.26?

\*\*Con el audio obtenido de la grabación y usando un programa que permita realizar un análisis tiempo frecuencia, por ejemplo Spectrogram16 (W5big, 2004), determine las frecuencias medidas por el observador en reposo. ¿Qué frecuencia obtiene en la posición más baja de la trayectoria? ¿Está de acuerdo con la determinación basada en calcular la velocidad del bulbo?

# Proyecto 2: Cambio de frecuencia Doppler en el péndulo II

Aquí nos proponemos comparar las frecuencias experimentales, cuando la fuente transita a lo largo de recorrido del péndulo, medidas por el observador en reposo (ídem al Proyecto 1) con los valores predichos por el modelo matemático de la ecuación 2.25.

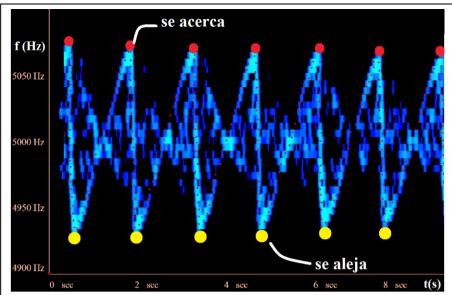
**Equipo:** un péndulo en donde el bulbo es un teléfono inteligente y el observador otro y un ordenador personal o PC.

# Sugerencia de trabajo

\*\* Realice un montaje similar al de la figura 2.15. Procure que el largo del péndulo sea el mayor posible, esto asegura que la velocidad al pasar frente al observador sea considerable para registrar cambios en la frecuencia de sencillo reconocimiento. El bulbo del péndulo es uno de los teléfonos inteligentes, este tendrá dos funciones: 1) emitir un tono de frecuencia 5.0 KHz y 2) registrar, con el sensor giroscopio, la velocidad angular del sistema en torno al eje de sujeción. El otro smartphone se ubica en la posición más baja de la trayectoria del bulbo y será el encargado de grabar el tono percibido por un observador estacionario. Si lo desea la grabación puede realizarla directamente con un micrófono conectado a una computadora personal.

\*\*Configure su teléfono inteligente para medir velocidad angular en primer plano (sensor giroscopio de Androsensor) y en según plano como emisor de un tono puro tal como se mencionó anteriormente.

\*\*Coloque el bulbo del péndulo con un ángulo mayor a 40° respecto de la vertical (mida cuidadosamente este ángulo ya que será necesario para el estudio posterior). Inicie la grabación en el teléfono que actúa como observador e inicie la medición de velocidad angular y emisión del tono (se sugiere usar un golpe para sincronizar el inicio de la medición de velocidad con la grabación del tono) y libere el bulbo. Procure hacer silencio durante la toma de datos.



**Figura 2.17** Diagrama frecuencia tiempo para la señal grabada por el observador en reposo. Imagen obtenida con el programa Spectrogram16.

\*\*Una vez finalizada la recolección de datos, esto es luego de algunas oscilaciones completas use los datos del sensor giroscopio para graficar la velocidad angular en función del tiempo.

\*\*A partir de la velocidad angular y el ángulo construya  $\theta(t)$ . Esto lo puede realizar usando integración numérica o ajustando  $\omega(t)$  con un modelo adecuado para luego integrarla. Si desea integrar numéricamente parta de las condiciones iniciales del sistema,  $\theta(0) = \theta_0$  y  $\omega(0) = 0$ , y siga la siguiente rutina:

$$\theta(1) = \theta(0) + \omega(0). \triangle t;$$
  

$$\theta(2) = \theta(1) + \omega(1). \triangle t;$$
  

$$\cdot$$
  

$$\theta(n) = \theta(n-1) + \omega(n-1). \triangle t$$

El subíndice *n* varía del primero al enésimo dato recolectado de la velocidad angular. Esta operación es sencilla de implementar en una hoja de cálculo.

\*\*Utilice la ecuación 2.25 para determinar las frecuencias cuando el bulbo se acerca al observador y cuando se aleja. Atienda el hecho de que debe diferenciar el acercamiento/acercamiento cambiando el signo de la ecuación.

- \*\*Con el audio obtenido de la grabación y usando un programa que permita realizar un análisis tiempo frecuencia, por ejemplo Spectrogram16, determine las frecuencias medidas por el observador en reposo. En la figura 2.17 se muestra uno a modo de ejemplo.
- \*\*Realice en un mismo gráfico la comparación entre los cambios de frecuencias calculadas con el modelo teórico y los cambios que se obtienen de forma experimental, cambios referidos a la frecuencia emisora de 5.0 KHz.

# Referencias

- Castro L., Campos J.C., Manzanares B., Gomez O., Figuero C. (2013). Prototipo didáctico para visualizar la trayectoria parabólica de un chorro de agua. Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 7, No.3 (429-432)
- Chakarvarti S. K. (1981) The Doppler Effect: A simple analogy and demonstration. *The Physics Teacher 19*, 320.
- Di Laccio J. L., Ferrón M., Gil S., y Alonso-Suárez R. (2017). Efecto Doppler: ¿Cómo tenemos evidencia de su *existencia? Novedades Educativas* Recuperado de: <a href="https://www.noveduc.com/l/revistanovedades-educativas-316-abril-2017/1799/03283534">https://www.noveduc.com/l/revistanovedades-educativas-316-abril-2017/1799/03283534</a>
- Di Laccio J., Vitale G., Alonso-Suárez R., Pérez N. y Gil S. (2017). Estudio del Efecto Doppler usando Smartphones. Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias.14 (3), 637-646. Recuperado de: <a href="https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3588/0">https://revistas.uca.es/index.php/eureka/article/view/3588/0</a>
- Franco García, Á. (2008). Física con ordenador: Velocidad de propagación del sonido en un gas-Variación de la velocidad del sonido con la temperatura. Recuperado el 11 de diciembre de 2018, de http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/acustica/sonido/sonido. htm
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Gil, S., Di Laccio J. L. (2017). Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias. *American Journal of Physics Education*, 1305 (1-9). Recuperado de: <a href="http://www.lajpe.org/mar17/1305">http://www.lajpe.org/mar17/1305</a> Salvador 2017.pdf
- Kuhn J., Vogt P. (2013) Analyzing acoustic phenomena with a smartphone microphone. *The Physics Teacher, Vol. 51(118-119).* DOI: 10.1119/1.4775539
- Monteiro, M. (2018). El smartphone como hidrófono. Midiendo velocidad del sonido en aire y en agua. Disponible en: <a href="http://fisicamartin.blogspot.com/2018/03/el-smartphone-como-hidrofono-midiendo.html">http://fisicamartin.blogspot.com/2018/03/el-smartphone-como-hidrofono-midiendo.html</a>
- Resnick, R., Halliday, D., Krane, K. (2011). Física, Volumen 1. México: Grupo Editorial Patria.
- Riveros H., Oliva A., Corona J. (2011) Flujo de agua en botellas como experimento didáctico. Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 5, No. 1(196-200)
- W5big (2004). Spectrogram. Recuperado de: <a href="http://w5big.com/spectrogram.htm">http://w5big.com/spectrogram.htm</a>
- Young, H., Freedman, R. (2009). Física Universitaria Volumen 1. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-442-288-7.

# Cap. 3: Electricidad, magnetismo y ondas electromagnéticas

# Circuitos eléctricos

El proyecto de simulaciones interactivas de PhET de la Universidad de Colorado en Boulder (https://phet.colorado.edu/es/about) crea simulaciones interactivas para el aprendizaje de matemática y ciencias. Las simulaciones buscan que los estudiantes, en un ambiente intuitivo y similar a un juego, puedan aprender indagando, probando y descubriendo. Este espacio, creado en 2002, permite a los estudiantes, mediante el uso de un ordenador personal o un teléfono inteligente, experimentar a muy bajo costo. Las simulaciones tienen limitaciones en cuanto a la manipulación de instrumentos y otros equipos de laboratorio habituales pero a falta de ellos o cuando los equipos son peligrosos esta herramienta es un excelente complemento. También puede usarse como preparación previa para la práctica en el laboratorio, de modo de asegurar que el estudiante comprenda los fundamentos. En la figura 3.1 se presenta una vista de la App para teléfonos inteligentes con sistema Android. El diseño es atractivo y permite filtrar las búsquedas de simulaciones por asignaturas así como por nivel educativo, en el caso mostrado la búsqueda se realiza en Física (Physics) y a nivel Universitario (University). Si se quiere usar este recurso para trabajar con todo el grupo de clase se puede seleccionar un fondo de la aplicación para su proyección en pantalla.



Aquí se presenta un laboratorio simulado en donde se estudian circuitos eléctricos básicos de corriente continua y de corriente alterna. El mismo se ha estructurado con diferentes proyectos para iniciar el tema, que el estudiante puede realizar previo a la clase, durante la misma o luego de esta, dependiendo del uso pedagógico que el docente prefiera. Se entiende que los proyectos pueden realizarse como conjunto de forma secuenciada, como partes o como mejor lo entienda el usuario ya que todos requieren pocos conocimientos previos, son ilustrativos y centrados en grandes conceptos del tema. La simplicidad del cálculo, la realización de gráficos, el ajuste de datos, así como la obtención de conclusiones son los elementos principales.

# Proyecto 1: Ley de Ohm

El objetivo es investigar de la dependencia entre la intensidad de corriente eléctrica (I) y la diferencia de potencial ( $\Delta V$ ) aplicada a los extremos de una resistencia.

# Equipo

Se propone estudiar la dependencia de la intensidad de corriente que pasa a través de una resistencia con la diferencia de potencial aplicada a la misma utilizando una simulación interactiva que puede utilizarse desde la PC o el teléfono inteligente. Para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita en: <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

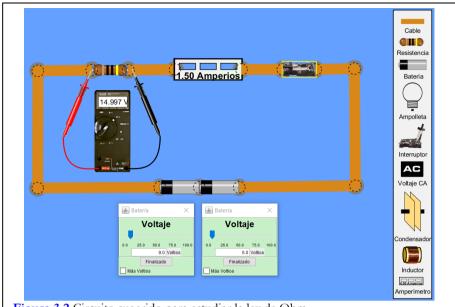


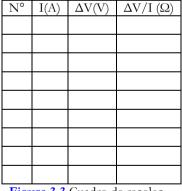
Figura 3.2 Circuito sugerido para estudiar la ley de Ohm.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Para este estudio se sugiere implementar un circuito similar al de la figura 3.2, utilizando los accesorios disponibles en el kit de construcción de la simu-

lación. Para simular la medición de las magnitudes de interés se usan el amperímetro y voltímetro disponibles en herramientas. La cantidad de medidores de corriente no es limitada aunque el voltímetro disponible es único.

\*\*Varíe la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia cambiando el voltaje de la/s baterías las cuales se supondrán ideales (clic derecho sobre la misma para variar su voltaje y definir su resistencia interna cero) y registre en un cuadro de datos, ver figura 3.3, los valores de  $\Delta V$  e I.



**Figura 3.3** Cuadro de recolección de datos.

- \*\*Grafique I vs. ΔV. ¿Qué relación encuentra entre I y ΔV?
- \*\*Complete la columna  $\Delta V/I$  y grafique el cociente  $\Delta V/I$  vs.  $\Delta V$ . ¿Qué puede concluir acerca de la resistencia a partir de su gráfico?
- \*\* ¿Qué valor de resistencia obtuvo?
- \*\*Observe los colores de la resistencia del circuito y usando el código de colores para resistencia (por ej.:

https://es.wikipedia.org/wiki/Codificaci%C3%B3n\_de\_colores ) determine su valor con la incertidumbre correspondiente.

- \*\*Compare el resultado obtenido a partir de su gráfico con el valor de la resistencia utilizada obtenido con el código de colores y con la medida directa del simulador.
- \*\*Valore las ventajas y desventajas de realizar este experimento usando el simulador.

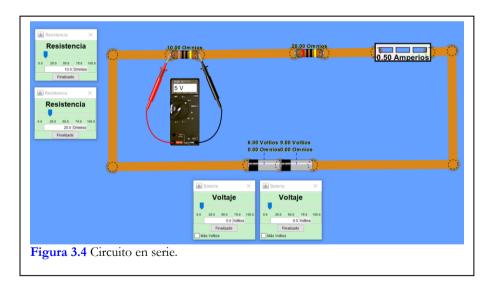
#### Proyecto 2: Circuitos en serie y en paralelo

El objetivo de este proyecto es construir circuitos eléctricos en serie y paralelo, realizar cálculos para predecir su comportamiento (resistencia equivalente, intensidad de corriente, voltaje) y verificarlo mediante la construcción del mismo en un simulador.

#### **Equipo**

Simulación interactiva, para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde: <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

# Sugerencias de trabajo

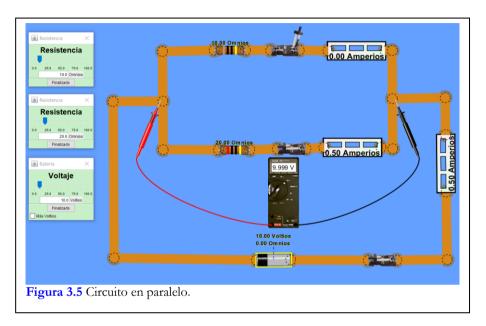


<sup>\*\*</sup>Implemente en el simulador un circuito como el de la figura 3.4.

<sup>\*\*</sup>Con los datos que dispone en la imagen, determine la fuente y la resistencia equivalente del circuito. ¿Qué diferencia de potencial espera obtener entre los

extremos de la resistencia de 20 Ω? ¿Por qué? Mida directamente con el voltímetro y compare el valor leído con su predicción.

\*\*Implemente un circuito con la fuente y resistencia equivalente determinada anteriormente y mida la intensidad de corriente del circuito. ¿Qué puede decir de la comparación de las intensidades de corriente del circuito de la figura



# 3.4 y la de su nuevo circuito?

- \*\*Suponga ahora que quiere implementar un divisor de voltaje, es decir, tener un circuito que divida el voltaje de la fuente en dos iguales, ¿cómo podría implementarlo usando resistencias?
- \*\* Implemente ahora un circuito como el de la figura 3.5.
- \*\*Determine la resistencia equivalente del circuito mediante cálculo. Si se cierra el interruptor que está en serie con la resistencia de  $10 \Omega$ , ¿qué intensidad de corriente espera a través de su correspondiente amperímetro? Calcule.
- \*\* ¿Cambia la intensidad de corriente a través de la fuente al cerrar el interruptor anterior?
- \*\*Implemente el circuito equivalente y verifíquelo.
- \*\*Qué diferencia de potencial espera entre los extremos de la resistencia de 20 Ω? ¿Por qué? Mida directamente con el voltímetro y compare con su predicción
- \*\*Implemente un circuito con la fuente y resistencia equivalente en serie y mida la intensidad de corriente del circuito. ¿Es la misma que en la fuente del circuito inicial?

# Proyecto 3: Equivalente de Thévenin

El objetivo de este proyecto es calcular el voltaje  $(V_T)$  y la resistencia  $(R_T)$  de Thévenin de un circuito dado y verificar los resultados obtenidos utilizando un simulador.

El teorema de Thévenin establece que si una parte de un circuito eléctrico lineal está comprendida entre dos terminales A y B, esta parte en cuestión puede sustituirse por un circuito equivalente que esté constituido únicamente por un generador de tensión en serie con una resistencia, de forma que al conectar un elemento entre los dos terminales A y B, la tensión que queda en él y la intensidad que circula son las mismas tanto en el circuito real como en el equivalente.

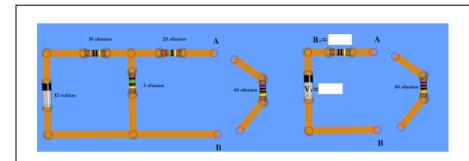


Figura 3.6 A la izquierda circuito a explorar y a la derecha circuito equivalente de Thévenin.

Considere el circuito que se muestra en la figura 3.6, a la izquierda se presenta un circuito a explorar y a la derecha su equivalente de Thévenin. Para obtener la  $R_T$  se deben cortocircuitar la fuente y quitar la resistencia de carga entre los puntos A y B. Para obtener el  $V_T$  se debe obtener la diferencia de potencial entre los terminales A y B cuando no está presente la resistencia de carga.

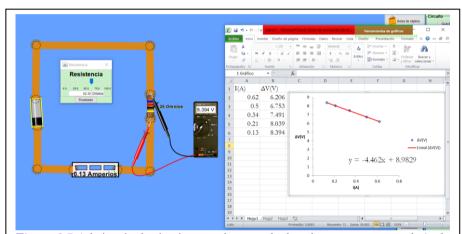
# Equipo

Simulación interactiva, para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde: <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Para el circuito de la figura 3.6, determine por cálculo directo R<sub>T</sub> y V<sub>T</sub>.

- \*\*Implemente en el simulador un circuito como el de la figura 3.6, parte izquierda.
- \*\*Conecte la resistencia de carga y mida la diferencia de potencial en sus extremos y la intensidad de corriente que circula por ella.
- \*\*Ahora, desconecte la resistencia de carga y mida la diferencia de potencial entre A y B. Mida además la intensidad de corriente entre los mismos puntos al conectar un amperímetro.
- \*\*Implemente el circuito equivalente de Thévenin con la R<sub>T</sub> y V<sub>T</sub> y conecte la resistencia de carga. Mida la intensidad de corriente en el circuito y la diferencia de potencial en la resistencia de carga. ¿Coinciden estos valores con su circuito inicial?



**Figura 3.7** A la izquierda circuito a explorar y a la derecha se presenta una hoja de cálculo en donde se van ingresando los valores de intensidad de corriente y voltaje medidos en los extremos del resistor.

# Proyecto 4: Resistencia interna de una fuente

Las fuentes de voltaje reales en un circuito tienen resistencia interna, r, debido a sus componentes internos. Si esta resistencia se comporta de acuerdo con la ley de Ohm, es constante e independiente de la corriente I. Para un circuito como el de la figura 3.7 (izquierda), el voltaje en los extremos de la resistencia,  $V_R$ , se puede escribir como:  $V_R = \varepsilon - rI$ , en donde  $\varepsilon$  es el voltaje de la fuente en circuito abierto y rI es la caída de potencial debido a su resistencia interna. Esto es, se modela la fuente real como una fuente ideal y una resistencia constante todo contenido en una "caja negra".

El objetivo de esta actividad es determinar la resistencia interna de una fuente real mediante la medición del voltaje en los extremos de la resistencia exterior del circuito e intensidad de corriente del circuito.

#### Equipo

Simulación interactiva, para el teléfono inteligente se puede descargar la App desde Play Store para sistemas Android y para la PC está disponible de forma gratuita desde: <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

#### Sugerencias de trabajo:

\*\*En este caso solicite a su compañero/grupo que arme un circuito inicial como en la figura 3.7 en el simulador ya sea en su teléfono o PC, colocando a la fuente una resistencia interna a elección, esto es posible al hacer clic derecho sobre esta y seleccionar un valor entre 0 y 9 ohmios. No debe decir este valor a su compañero/grupo hasta que termine la práctica. Usted haga lo mismo, arme el circuito para su compañero. Intercambie la simulación con su compañero/grupo.

\*\*Varíe la resistencia exterior (a modo de resistencia variable) y mida la diferencia de potencial en sus extremos y la intensidad de corriente en el circuito. Registre sus datos en una tabla, ver figura 3.7 (derecha).

\*\*Grafique ΔV en función de I y del ajuste adecuado de los datos determine la resistencia interna de la fuente real.

\*\*Compare el valor obtenido de la simulación con el que su compañero ingresó a la batería. Compare.

#### Proyecto 5: Resistor, Inductor y Capacitor en corriente alterna

Se aplica el término fuente de corriente alterna (CA) a cualquier dispositivo que suministre una diferencia de potencial  $\varepsilon(t)$  o corriente i(t) que varía en forma sinusoidal respecto del tiempo,  $\varepsilon(t)=\varepsilon_{max}$  sin wt o  $i(t)=i_m$  sin  $(wt-\Phi)$ , en donde  $w=2\pi f$  siendo f la frecuencia en Hz y  $\Phi$  es el ángulo de desfasaje (en radianes) entre  $\varepsilon$  e i. Por su parte el período viene dado por T=1/f.

En circuitos de CA resistivos la corriente i(t) del circuito y el voltaje en la resistencia  $v_R(t)$  están en fase, relacionadas del mismo modo que en un circuito de corriente continua. En los circuitos que solo tienen un inductor conectado a la CA el voltaje en el inductor  $v_L(t)$  está "adelantado"  $\pi/2$  respecto de la corriente y cuando solamente se conecta un capacitor a la fuente el voltaje en este,  $v_C(t)$ , está "retrasado"  $\pi/2$ . Definiendo la reactancia inductiva  $X_L=wL$  y

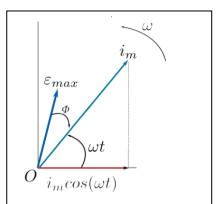


Figura 3.8 Fasores corriente del circuito y voltaje de la fuente. La componente del fasor corriente en el eje horizontal brinda el valor instantáneo de la corriente: *i<sub>m</sub>coswt*.

la reactancia capacitiva como  $X_C=1/wC$ , las expresiones de los voltajes instantáneos son:

$$v_{\rm R}(t) = i_{m} {\rm R} \ sin \ (wt - \Phi),$$
 
$$v_{\rm L}(t) = i_{m} X_{\rm L} \ sin \ (wt - \Phi + \pi/2),$$
 
$$v_{\rm C}(t) = i_{m} X_{\rm C} \ sin \ (wt - \Phi - \pi/2),$$

en donde los valores máximos (amplitudes) son:  $V_{\rm Rmax}=i_{\rm m}R$ ,  $V_{\rm Lmax}=i_{\rm m}X_{\rm L}$  y  $V_{\rm Cmax}=i_{\rm m}X_{\rm C}$ .

Los voltajes instantáneos, así como la corriente pueden representarme mediante fasores (vectores giratorios). En la figura 3.8 y a modo de ejemplo se presenta el fasor corriente en color azul y en rojo la componente de la corriente en la horizontal que brinda el valor instantáneo. Para los voltajes se pueden realizar representaciones análogas. Utilizando una amplitud de voltaje y su correspondiente fase, el valor instantáneo de este es la proyección sobre un eje horizontal. Todo fasor, voltaje o corriente, gira en el sentido antihora-

rio con rapidez angular constante *w* a medida que transcurre el tiempo obteniendo en cada momento de la evaluación de su proyección el valor instantáneo.

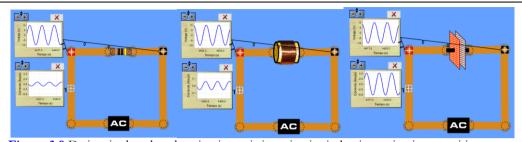


Figura 3.9 De izquierda a derecha: circuito resistivo, circuito inductivo y circuito capacitivo.

Para obtener valores eficaces a partir de los voltajes instantáneos se eleva al cuadrado el voltaje instantáneo en cuestión, se obtiene el valor promedio y, por último, se saca la raíz cuadrada de ese valor. En general los voltajes eficaces se pueden escribir de la forma  $V_{rms} = V_{max}/\sqrt{2}$ , en donde  $V_{max}$  es la amplitud de voltaje del elemento considerado.

El objetivo de este proyecto es analizar cada uno de los circuitos: resistivo, inductivo y capacitivo, ver figura 3.9. Construir el circuito y visualizar las curvas características de voltaje y corriente. Calcular voltajes *rms* y realizar un diagrama fasorial para cada caso.

# Equipo

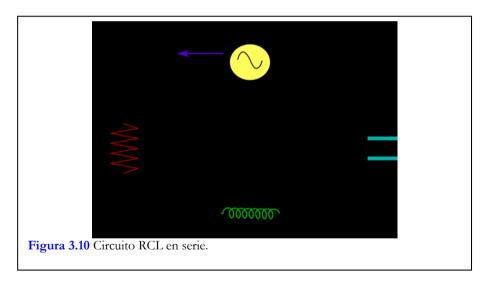
Se realizará mediante una simulación interactiva que puede utilizarse desde la PC está disponible de forma gratuita en <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Implemente un circuito con un resistor y una fuente de corriente alterna.

\*\*Conecte al circuito un medidor de corriente (Diagrama de corriente), para esto basta con conectarlo a un punto del circuito. Adicionalmente conecte un medidor de voltaje (Diagrama de voltaje) en los extremos de la resistencia. El medidor de voltaje como función del tiempo tiene dos puntos para su conexión (rojo y negro), al conectarlos haga coincidir el terminal A de la fuente con el rojo y el terminal C con el negro.

- \*\*Observe los gráficos i(t) y  $v_R(t)$ . ¿Están en fase la corriente con el voltaje de la resistencia? ¿Cómo lo sabe?
- \*\*Realice una captura de imagen en pantalla, esto es congele los gráficos. Determine el período, frecuencia, y las amplitudes de la corriente y el voltaje.
- \*\*Calcule los valores rms de la corriente y del voltaje.
- \*\*En el circuito anterior cambie la resistencia por un inductor de inductancia 10 H y ajuste la escala de corriente del circuito para que sea fácilmente visible la señal.
- \*\*Observe los gráficos i(t) y  $v_L(t)$ . ¿Están en fase la corriente con el voltaje en el inductor? ¿En qué basa su afirmación? Si hubiera desfasaje determinarlo. Puede ser útil realizar una captura de pantalla e identificar el tiempo de la ocurrencia del máximo de voltaje para comparar el valor de la corriente al mismo tiempo. Puede ser necesario corregir el cero de la corriente.
- \*\*Calcule la reactancia inductiva y los valores *rms* de la corriente y el voltaje.
- \*\*Ahora cambie el inductor por un capacitor de 0.15 F.
- \*\*Observe los gráficos i(t) y  $v_c(t)$ . ¿Están en fase la corriente con el voltaje en el capacitor? Si hubiera desfasaje determinarlo.

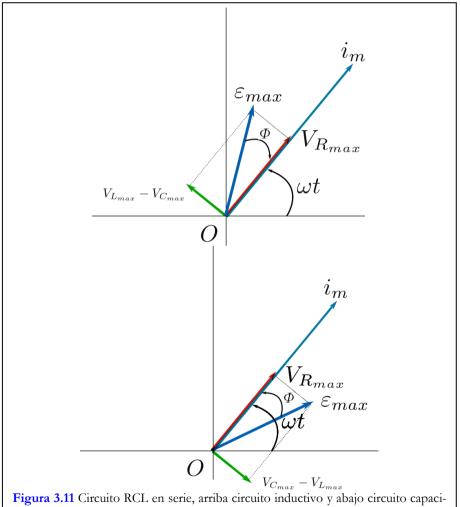


- \*\*Calcule la reactancia capacitiva y los valores rms de la corriente y el voltaje.
- \*\*Para cada las situaciones estudiadas realice un resumen de los hallazgos y brinde una representación fasorial para cada uno de los elementos.

#### Proyecto 6: Circuito RCL con corriente alterna

En los circuitos en serie RCL, ver figura 3.10, la diferencia de potencial entre las terminales de un resistor está en fase con la corriente, el voltaje a través de un inductor se "adelanta"  $\pi/2$  a la corriente y el voltaje a través de un capaci-

tor se "retrasa"  $\pi/2$  con respecto a la corriente. La diferencia de potencial instantánea entre las terminales de la fuente de alterna, ε(t), es igual en todo instante a la suma (algebraica) de las diferencias de potencial  $v_R(t)$ ,  $v_I(t)$  y  $v_C(t)$ , que en representación de fasores, se resume a la suma vectorial de las proyecciones de los vectores rotatorios de longitud  $V_{\rm Rmax}$ ,  $V_{\rm Lmax}$  y  $V_{\rm Cmax}$ . Por su par- $\varepsilon_{max}$  es la suma vectorial de los fasores amplitudes de voltaje de la resistencia, el inductor y el capacitor. Los circuitos pueden ser inductivos o capacitivos, dependiendo de si el voltaje del inductor o capacitor predomina sobre el otro, ver figura 3.11.



Para realizar esta suma fasorial y obtener la amplitud de voltaje de la fuente primero se resta  $V_{Lmax}$  -  $V_{Cmax}$  porque son colineales y luego, como  $V_{Rmáx}$  es perpendicular a los anteriores, se usa el teorema de Pitágoras resultando:

$$\varepsilon_{max} = \sqrt{V_{Rmax}^2 + (V_{Lmax} - V_{Cmax})^2}.$$

El ángulo  $\alpha$  entre el voltaje de fuente y la corriente  $i_m$  se obtiene  $tan \alpha = (V_{Lmax} - V_{Cmax})/V_{Rmax}$  que es sencillo visualizarlo a partir de la figura XX4.

La impedancia del circuito Z se define como:  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  y permite escribir de forma compacta:  $\varepsilon_{max} = Z i_m$ .

El objetivo de este laboratorio es medir los voltajes pico en cada uno de los elementos de un circuito RCL y calcular el valor del voltaje de la fuente usan-

do  $\varepsilon_{max} = \sqrt{V_{Rmax}^2 + (V_{Lmax} - V_{Cmax})^2}$  para luego comparar con la lectura directa de un medidor en colocado en los extremos de la fuente. Determinar el ángulo de fase entre la fuente y la corriente, obtener la impedancia del circuito de forma directa usando  $\varepsilon_{max} = Z i_m$  y finalmente compararla con la que se obtiene de los valores nominales de los elementos de circuito utilizados al calcular-

la con 
$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$
.

# Equipo

Se realizará mediante una simulación interactiva que puede utilizarse desde la PC está disponible de forma gratuita en <a href="https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab">https://phet.colorado.edu/es/simulation/legacy/circuit-construction-kit-ac-virtual-lab</a>.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Implemente un circuito en serie RCL y conecte a los extremos de cada elemento un medidor de voltaje como función del tiempo, tal como se muestra en la figura 3.12.

\*\*Determine los voltajes máximos de cada elemento y calcule el voltaje de la fuente, compare con la lectura directa del medidor ubicado en los extremos de la fuente. ¿Es  $V_{\rm Rmax} + V_{\rm Lmax} + V_{\rm Cmax} = \varepsilon_{\rm max}$ ? Justifique su respuesta

Determine el ángulo de fase entre los fasores  $i_m$  y  $\varepsilon_{max}$ .

\*\*Incorpore al circuito un medidor de corriente y determine la corriente  $i_m$ . Calcule la impedancia Z del circuito y registre su valor.

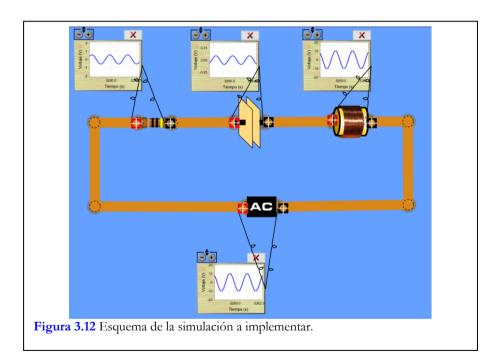
\*\*Inspeccione cada uno de los elementos y obtenga sus valores nominales de: R, C, L, V<sub>AC</sub> y frecuencia (clic derecho sobre el elemento). Con los valores

anteriores calcule la impedancia usando  $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$  y compare el resultado con la determinación previa.

Suponga ahora que el circuito RLC de la figura 3.10 tiene los siguiente datos:  $\omega$ = 2000 rad/s, R = 10  $\Omega$ , C = 5  $\mu$ F y L = 20 mH y es excitado por un generador funciones (senoidal) de frecuencia f, y de amplitud  $\varepsilon_{max}$ .

- a) Halle los voltajes efectivos o eficaces en cada uno de los elementos del circuito.
- b) ¿Es  $V_{Rmax} + V_{Lmax} + V_{Cmax} = \varepsilon_{max}$ ? Justifique su respuesta.
- c) Calcule la amplitud eficaz de la corriente.
- d) ¿Que potencia promedio se disipa en cada uno de los tres elementos del circuito y del generador? Justifique su respuesta.

**Opcional:** Implemente un estudio de la resonancia del circuito.

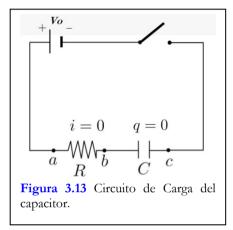


# Carga y descarga de un capacitor

#### Carga del Capacitor

Cuando se conecta un capacitor descargado a una diferencia de potencial, el capacitor no se carga instantáneamente sino que adquiere cierta carga a medida que transcurre el tiempo. La rapidez de carga depende de su capacitancia y la resistencia del circuito. En la figura 3.13 representa un capacitor y una resistencia conectados en serie a una fuente.

Si aplicamos la segunda ley de Kirchhoff al circuito tenemos:



$$V_0 - Ri - q/C = 0 \tag{3.1}$$

En el momento t=0, cuando el interruptor se encuentra cerrado, el capacitor está descargado y q=0. Al sustituir q=0 en la ecuación (3.1), se encuentra que la corriente inicial  $I_0$  está dada por  $I_0 = V_0/R$ .

Conforme la carga se incrementa, el término q/C se hace más grande y la carga del capacitor tiende a su valor final, al que llamaremos  $Q_f$ . La corriente disminuye y finalmente se vuelve cero. Cuando i=0, la ecuación (3.1) da:  $Q_f = CVo$ .

Resolver la ecuación (3.1) excede este curso y se brindará una expresión para el voltaje en el capacitor como función del tiempo:

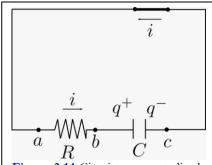
$$V_C(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \tag{3.2}$$

El voltaje en el capacitor se incrementa exponencialmente. El término RC recibe el nombre de constante de tiempo, o tiempo de relajación, del circuito, y se denota por  $\tau$ =RC (constante de tiempo para un circuito R-C). Cuando  $\tau$  es pequeña, el capacitor se carga con rapidez; cuando es grande, el proceso de carga toma más tiempo. Si la resistencia es pequeña, es fácil que fluya la corriente y el capacitor se carguen rápido.

#### Descarga del capacitor

Suponga que el capacitor de la figura 3.13 se ha cargado y su carga es Q<sub>0</sub>, se retira la fuente del circuito R-C y se conectan los puntos a y c a un interruptor y se cierra, figura 3.14. El capacitor comienza a descargarse a través del resistor y su carga disminuye hasta hacerse cero.

En este caso el voltaje en el capacitor se obtiene a través de:



**Figura 3.14** Circuito para estudiar la descarga de un capacitor.

$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \tag{3.3}$$

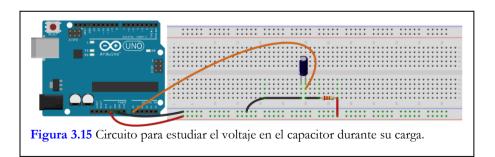
En donde  $V_0$  es el voltaje inicial en los extremos del capacitor. El tiempo medio se define como el tiempo en donde el capacitor alcanza la mitad de la carga inicial, esto equivale al voltaje mitad. Sustituyendo el voltaje mitad en la ecuación 3.3 se obtiene para el tiempo medio es:

$$t_{1/2} = Ln(2) RC \tag{3.4}$$

#### Proyecto: Estudio de la carga y descarga de un capacitor

# Equipo

Un capacitor electrolítico de  $220\mu F$  y 250V, una resistencia de  $470~K\Omega$ , una placa Arduino Uno y conectores, un protoboard y una computadora personal.



# Sugerencias de trabajo

\*\*Implemente un circuito de carga del capacitor, como el de la figura 3.15. Se coloca el capacitor y la resistencia en serie en el protoboard y luego se conec-

ta a la fuente de alimentación (tarjeta) usando 5V (terminales GND y 5V de la sección POWER). Para medir el voltaje en el capacitor basta con conectar al extremo positivo del capacitor a la entrada A0 en ANALOG IN.

\*\*Una vez montado el circuito abrir en el computador el software Arduino. Se abrirá una ventana en donde se deberá implementar, por ejemplo, el códi-

go de la figura 3.16.

\*\*Luego de ingresado el código se debe verificar que sea correcto y subirlo a la tarjeta.

\*\*Ejecutar el programa Excel PLX-DAQ, el cual cuenta con una barra de herramientas propia del Arduino llamada "Data Acquisition for Excel", en la que se debe ingresar el puerto COM correspondiente, figura 3.17.

\*\*Para comenzar la toma de datos se debe presionar el botón "Connect" y para detener la misma "Disconnect".

Figura 3.17 Panel de vínculo entre programa Arduino en ejecución en la tarjeta y Excel.

\*\*Luego de que el voltaje llegue a la máxima lectura, y esta se mantenga estable, se debe desconectar la fuente de voltaje y lograr el circuito de descarga, figura 3.18.

\*\*Medir el voltaje en la descarga y a partir de este gráfico determine la constante de tiempo del circuito y compárela con el valor calculado directamente a partir de la resistencia y la capacitancia. Determine la incertidumbre en la constante de tiempo.

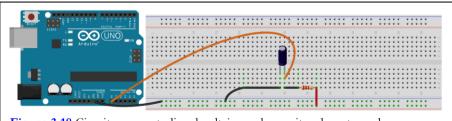


Figura 3.18 Circuito para estudiar el voltaje en el capacitor durante su descarga.

```
voltaje Arduino 1.8.5
Archivo Editar Programa Herramientas Ayuda

voltaje §

void setup() {
    Serial.begin(9600);
    Serial.println("CLEARDATA");
    Serial.println("LABEL, Reloj, Tiempo, Dato");
    Serial.println("RESETTIMER");
}

void loop() {
    Serial.print("DATA, TIME, TIMER, ");
    Serial.print(analogRead(A0));
    Serial.println("");
    delay(100);
}
```

Figura 3.16 Código a implementar para medir voltajes.

# Campo magnético terrestre

La Tierra es un imán, su polo norte geográfico está próximo al polo sur magnético, y esto hace que el polo norte de la aguja de una brújula señala aproximadamente al norte terrestre. El eje magnético de la Tierra no es paralelo a su eje geográfico (el eje de rotación). Tal desviación, que varía con la ubicación, se llama declinación magnética (Wikipedia, 2018). Asimismo, el campo magnético no es horizontal en la mayoría de los puntos de la superficie terrestre; su ángulo hacia arriba o hacia abajo se denomina inclinación magnética. En la figura 3.19 se esquematiza dicha situación.

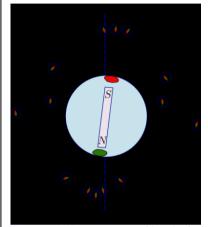


Figura 3.19 Representación de las líneas de campo magnético terrestre.

En esta actividad se estudia el campo magnético de la Tierra utilizando dos bobinas con la configuración de Helmholtz y el sensor magnético del teléfono inteligente. Las bobinas de Helmholtz pueden realizarse con relativa facilidad enrollando un alambre laqueado de bobinado en cilindros de plástico.

# Proyecto 1: Campo Magnético Terrestre

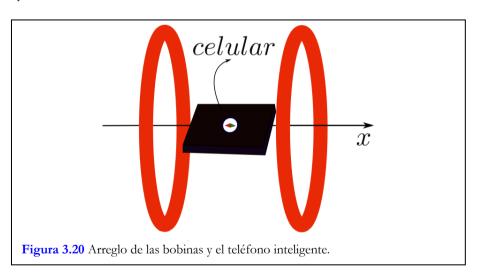
**Equipos:** bobinas de Helmholtz, un teléfono inteligente, pilas, un potenciómetro y un téster o multímetro.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Identifica donde se encuentra el sensor de campo magnético de tu teléfono inteligente, puedes consultar en el manual del equipo o investigarlo usando un pequeño imán que lo recorra y midiendo el campo con el teléfono y una aplicación adecuada, la mayor intensidad es un indicativo de que estamos cercanos al sensor. Recordar que la intensidad magnética es un vector, por lo tanto importa la dirección en que se hace la medida.

\*\*Ubica la dirección norte-sur en la mesa de trabajo, esto puede hacerse con la aplicación brújula o alguna similar.

- \*\*Realice un montaje, como se muestra en la figura 3.20, en donde el sensor de campo debe quedar alineado al eje de la bobina.
- \*\*Gire la bobina hasta que la dirección del campo magnético que va a generar la bobina sea perpendicular a la dirección Norte-Sur de su mesa de trabajo. De esta manera, el campo magnético de la Tierra y el de la bobina serán perpendiculares entre sí.
- \*\*Cierre el circuito y determine el ángulo de la brújula (teléfono inteligente en esta función) de acuerdo con la intensidad de corriente que circula, repita esto para el menos 8 valores diferentes de corriente. Variar la corriente implica que varía el campo magnético entre las bobinas. El ángulo puede determinar-se como el promedio de los desvíos cuando el circuito se conecta con la polaridad en un sentido y luego en el otro.
- \*\*Dado que el campo resultante es la suma vectorial del campo de las bobinas y el campo magnético terrestre se cumple que  $tan\theta = B_H/B_T$ , donde  $B_H$  es el campo de las bobinas y  $B_T$  en campo magnético terrestre.
- \*\*A partir de sus mediciones determine el mejor valor del campo magnético y estime su incertidumbre.



# Bobinas de Helmholtz

Las bobinas de Helmholtz son un dispositivo para producir un campo magnético aproximadamente uniforme. Se disponen en forma paralela dos bobinas circulares de radio R idénticas, con un eje común y separado una distancia igual a su radio, como se muestra en la figura 3.21. Por simetría, el campo sobre el eje solo puede tener componente axial. Las bobinas deben ser angostas, es decir L << R, de modo que a distancias del orden de R el campo en el eje (a una distancia x del centro) debido a cada una de las bobinas, está dado por  $B_x = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^3/2}$ , reemplazando I por NeI, donde Ne es el

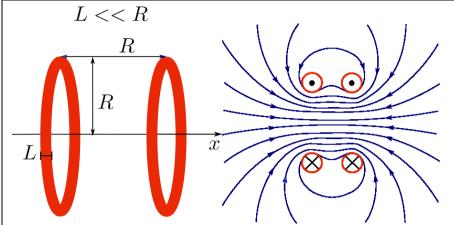
número de espiras en cada bobina del par. El módulo del campo magnético en el eje debido al par de bobinas a una distancia x de una de ellas será entonces:

$$B_{x} = \frac{1}{2} \mu_{0} N_{e} I R^{2} \left[ \frac{1}{\left(R^{2} + x^{2}\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(R^{2} + \left(R - x\right)^{2}\right)^{3/2}} \right]$$
(3.5)

En esta configuración, el campo en el punto O entre ambas bobinas (x = R/2) es máximo:

$$B_{o} = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_{0} N_{e} I}{R} \tag{3.6}$$

Esto es válido si la corriente circula en el mismo sentido por ambas bobinas. Si la misma corriente circula en sentidos opuestos en cada bobina, el campo en el centro es nulo,  $B_O = 0$  por simetría.



**Figura 3.21** A la izquierda sistema formado por dos bobinas en la configuración de Helmholtz. A la derecha diagrama de líneas de campo que nuestra la uniformidad del campo magnético en la región central de las bobinas.

#### Proyecto 1: Campo magnético en la configuración de Helmholtz

Equipamiento: dos bobinas idénticas, un sensor de campo magnético, una fuente de corriente, una regla, un amperímetro y una computadora personal.

#### Sugerencias de trabajo

- \*\*Para cada una de las bobinas, determine el número de espiras Ne y mida su largo L. Mida el radio R de cada una de las bobinas y tome el promedio como mejor valor para este parámetro.
- \*\*Fije el par de Helmholtz de modo que la distancia entre los centros de las bobinas sea aproximadamente R. Alimente ambas bobinas con una corriente de aproximadamente 1 A y asegúrese que fluya en el mismo sentido en ambas.
- \*\*Releve el campo magnético a lo largo del eje de las bobinas, midiendo la distancia x a la bobina izquierda y el campo Bx en el eje con el sensor Hall.
- \*\*Tome al menos 15 valores para x entre 0 y R.
- \*\*Invierta la polaridad de la corriente por una de las bobinas. Releve el campo en al menos cinco puntos de la zona central.

Grafica del campo magnético Bx en el eje de las bobinas de Helmholtz y comparación grafica con el valor esperado, ecuación 3.5.

# Interferencia y difracción

Una serie de ranuras o líneas paralelas en gran número, todas del mismo ancho *a* y separadas por distancias iguales *d* entre sus centros, recibe el nombre de red o rejilla de difracción. Fraunhofer construyó la primera con alambres finos. Se pueden hacer una red de difracción simplemente rascando con un diamante muchos surcos igualmente espaciados sobre una superficie de vidrio o metal, o por reducción fotográfica de un patrón de tiras blancas y negras sobre papel.

Los máximos principales de intensidad con líneas múltiples se forman en las mismas direcciones que en el caso del patrón de dos ranuras. Estas direcciones son aquellas con respecto a las cuales la diferencia de trayecto correspondiente a ranuras adyacentes es un número entero de longitudes de onda. Las posiciones de los máximos están dadas por:

$$d.sen\theta = n\lambda \quad con \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{3.7}$$

Los surcos microscópicos en la superficie de un disco compacto, al cual se le ha sacado la película exterior, actúan como una red de difracción y dividen la luz blanca en los colores que la componen. Los surcos son diminutas fosas de aproximadamente  $0.1 \mu m$  de profundidad en la superficie del disco, con un espaciado radial uniforme  $d=1.60 \mu m$ .

Si se hace pasar luz láser a través de la sección de un CD puede conocerse la separación entre las pistas de este, utilizando como datos su patrón de interferencia y difracción y la longitud de onda de la luz láser.

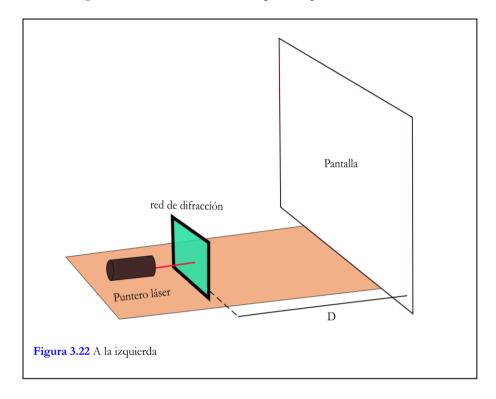
# Proyecto 1: Red de difracción

Equipamiento: láser, una red de difracción, cinta métrica y teléfono inteligente.

# Sugerencias de trabajo

- \*\*Prepare un dispositivo como el que se muestra en la figura 3.22.
- \*\*Haga incidir su láser sobre la red de difracción de espaciamiento entre líneas conocido (d). Si usa una red de reflexión, haga incidir el haz del láser con

un cierto ángulo de incidencia de modo que, después de la reflexión en la red,



el patrón de interferencia se pueda proyectar sobre una pared o pantalla.

\*\*Una vez proyectado el patrón de interferencia realice una fotografía que le permita identificar los diferentes máximos y usando la ecuación 3.7 determine la separación entre líneas.

\*\*Compare su determinación con la información que tiene de su red y describa las principales fuentes de incertidumbre.

#### Proyecto 2: Separación de pistas de un CD

**Equipamiento:** láser, un CD sin la cubierta, una cinta métrica y teléfono inteligente. Para quitar la cubierta puede ver: https://www.youtube.com/watch?v=yVcBRGpEOaw

# Sugerencias de trabajo

\*\*Usando un láser de longitud de onda conocida haga incidir el haz láser sobre un CD y obtenga su patrón de interferencia.

\*\*Determine la separación entre las pistas usando la ecuación 3.7 y estime su incertidumbre.

\*\*Compare el valor obtenido por este método con fuentes de Internet que presenten el valor de la separación de las pistas del CD.

# Proyecto 3: Midiendo el espesor de un cabello

Equipamiento: láser, un cabello, una cinta métrica y teléfono inteligente.

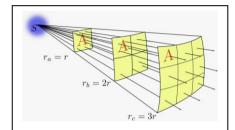
#### Sugerencias de trabajo

\*\*Usando un láser de longitud de onda conocida haga incidir el haz láser sobre un cabello y determine el diámetro del cabello a través del patrón de difracción que observe.

\*\*Compare su determinación con la medida directa del espesor del cabello usando la opción lupa del teléfono celular y una referencia de longitud conocida.

# Ley de la inversa del cuadrado

La ley de la inversa del cuadrado establece que para una onda como, por ejemplo la luz, que se propaga desde una fuente puntual en todas direcciones por igual, la intensidad de la misma disminuye de acuerdo con el cuadrado de la distancia a la fuente de emisión. En la figura 3.23 se ilustra la emisión de una fuente puntual y como la intensidad de la onda comienza a disminuir con el cuadrado de la distancia.



**Figura 3.23** Propagación de ondas desde una fuente puntual. La Intensidad de oda disminuye con el cuadrado de la distancia.

La ley se puede escribir como:

$$I_{(r)} = \frac{P_0}{4\pi r^2} \,, \tag{3.8}$$

 $P_0$  es la potencia emitida por la fuente y r es la distancia desde la fuente al lugar donde se quiere conocer la intensidad de la onda.

La intensidad de onda de origen solar (irradiancia solar media) incidente sobre una superficie normal a la dirección Tierra-Sol ubicada en el exterior de la atmósfera a una distancia igual a la distancia media Tierra-Sol es aproximadamente constante y se conoce como la Constante Solar, Gs=1367 W/m². Esta ley permite conocer  $P_{\theta}$  medio del Sol, a partir de la distancia media Tierra-Sol aproximadamente 1,5 × 10<sup>11</sup> m.

La intensidad relativa de un mismo tipo de fuente (igual potencia) del lugar b respecto del a se obtiene:

$$I_{relativa} = \frac{I(r_b)}{I(r_a)} = \left(\frac{r_a}{r_b}\right)^2 \tag{3.9}$$

#### Proyecto 1: Ley de la inversa del cuadrado

Se propone estudiar la ley de la inversa del cuadrado utilizando para ello dos teléfonos inteligentes, uno de ellos oficiará como fuente que en ciertas condiciones puede modelarse como puntual mientras el otro será el medidor de la iluminación (lx) obtenidos de la fuente luminosa.



Figura 3.24 Equipamiento básico para estudiar la ley de la inversa del cuadrado para la luz.

# **Equipos**

Dos teléfonos inteligentes (fuente emisora y sensor de luz), un banco de óptico, una cinta métrica.

# Sugerencias de trabajo

\*\*Disponer de los teléfonos smartphones en el banco óptico como lo muestra la figura 3.24. Es conveniente que inicialmente la fuente (flash) este al menos 10 cm del sensor de luz para aproximarnos al modelo de puntual. Los detectores de luz, en general, miden una magnitud que es directamente proporcional a la intensidad de onda que se conoce como iluminancia. Su unidad es el lux, lx.

- \*\*Realice el ajuste de sus datos.
- \*\* ¿Se ajustan sus datos al modelo teórico de la ley del inverso del cuadrado? ¿Dé que forma podemos saber la iluminancia de la fuente si la distancia es 33.0 cm? Explique

# Referencias

- Arribas E., Escobar I., Suárez C., Nájera A., Beléndez A., (2015) Experiencias de innovación docente en la enseñanza de la Física Universitaria 4ta edición. Capítulo 3. Albacete, España ISBN: 978-1-326-25328-8. Disponible en:
  - https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/48646/1/Cap%C3%ADt ulo3.pdf
- Gil S. (2014) Experimentos de Física usando TIC y elementos de bajo costo. Buenos Aires, Argentina: Alfaomega.
- Guevara J., (2014) Usando el patrón de interferencia de la doble rendija para obtener el espesor de una lámina delgada transparente. *Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol. 8, No. 2 (355-358)*
- Iturralde P., Dalchiele E., Lenci L., Badánn A. (2017) Práctica 3: Campo Magnético, Repartido del curso de Física Experimental 2 del Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería, UDELAR.
- Pereira Vieira L., Aguiar C. E. (2013) Experimentos com o Magnetômetro de Tablets e Smartphones.Río de Janeiro, Brasil. Disponible en:

  <a href="http://www.if.ufrj.br/~pef/producao-academica/dissertacoes/2013">http://www.if.ufrj.br/~pef/producao-academica/dissertacoes/2013</a>
  <a href="Leonardo-Vieira/experimentos-magnetometro.pdf">Leonardo-Vieira/experimentos-magnetometro.pdf</a>
- R. Resnick, D. Halliday, K. S. Krane Física Vol. 2. Tercera edición 1994, tercera reimpresión 1996.
- Wikipedia. (2018). Recuperado el 1 de octubre de 2018, de <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Declinaci%C3%B3n magn%C3%A9tic">https://es.wikipedia.org/wiki/Declinaci%C3%B3n magn%C3%A9tic</a>
- Young, H., Freedman, R. (2009). Física Universitaria Volumen 2. Decimosegunda edición. México: Pearson Educación. ISBN: 978-607-442-288-7.

# Apéndice

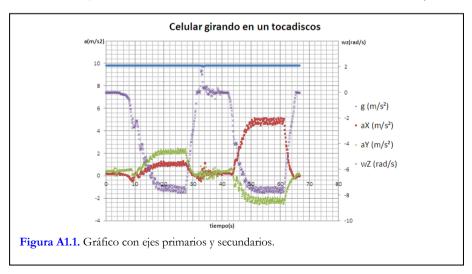
# Gráficos y reportes para el aula

#### Gráficos

La mayoría de las actividades experimentales propuestas aquí, requieren que el estudiante realice gráficos para encontrar la dependencia entre variables. Las variables podrían ser la aceleración (gravitatoria o componentes de una aceleración) y el tiempo, la velocidad angular y el tiempo, entre otras. A modo de ejemplo en la figura A1.1 se ilustra un gráfico en donde, los citados casos, se presentan de forma conjunta.

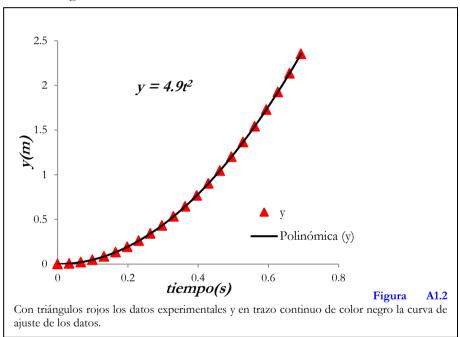
Los gráficos permiten por simple inspección, algunas veces, identificar zonas de regularidades, de cambios bruscos, cambios de comportamiento y reconocer el ajuste o no entre los datos experimentales y el modelo teórico. La mirada inicial ayuda a dirigir la atención a cierto comportamiento para luego realizar el ajuste adecuado de los datos para confirmar/descartar nuestras predicciones y observaciones iniciales.

Al graficar, los datos experimentales por lo general se representan con símbolos (asteriscos, cruces, puntos, diamantes, entre otros) y los modelos teóricos mediante el uso de líneas continuas. En la figura A1.1 todos los datos representados son experimentales y cada uno de ellos utiliza símbolos diferentes y en el caso de que coincidan los símbolos en la forma se cambia el color. En este caso, se utiliza como base común el tiempo, que es la variable independiente, en el eje vertical de la derecha se usa la escala de aceleración y en el eje



vertical de la izquierda se representa la velocidad angular con su propia escala.

Supongamos que un objeto está en caída libre y se miden las posiciones del objeto y sus respectivos tiempos tomando como origen del sistema de referencia el lugar desde donde se deja caer. En este caso son dos las variables involucradas, el tiempo y la altura. El tiempo es la variable independiente y la altura la dependiente. Para la caída libre la relación entre las variables se presenta en la figura A1.2.



De forma genérica se nombra a la variable independiente como *x*, y a la dependiente como *y*. En general, entre estas dos variables, pueden existir diferentes dependencias. Una de las más sencillas y no por ello menos útil es la relación lineal:

$$Y=ax+b$$

El parámetro a es la pendiente de la recta y b es la ordenada del origen.

Otros tipos de dependencias son:

$$y(x) = ax^n, \tag{)}$$

esta relación es potencial, en donde a y n son números enteros.

Relación exponencial está dada por:

$$y(x)=a^{x}, \qquad ()$$

siendo a una constante positiva distinta de 1.

#### **Ejemplos**

Estiramiento de un resorte: F(x) = kx, lineal. Movimiento caída libre:  $h=gt^2/2$ , potencial.

Descarga de un capacitor:  $V(t) = Voe^{-t/RC}$ , exponencial.

La dependencia potencial y exponencial puede ser linealizada al tomar logaritmo natural a ambos lados de la igualdad:

$$Ln(h)=Ln(g/2)+2Ln(t)$$

$$Ln(V(t))=Ln(Vo)-t/RC$$

En la carga del capacitor a través de una resistencia tenemos una dependencia exponencial que no se puede linealizar:  $V(t) = \varepsilon(1-e^{t/RC})$ . En estos casos es conveniente derivar la expresión respecto del tiempo:  $dV(t)/dt = \varepsilon e^{t/RC}$  y luego linealizar la derivada, ya que obtendremos la información relevante de los parámetros  $\varepsilon$  y 1/RC.

La linealización puede realizarse de forma directa al cambiar de gráficos lineales a gráficos semi logarítmicos para dependencia potenciales y log-log para dependencias exponenciales. La representación gráfica puede realizarse con el programa de uso cotidiano del estudiante: Excel, Calc, MatLab, R, entre otros. Para obtener gráficos que permitan una lectura clara, se podrían tener en cuenta los siguientes recomendaciones: etiquetar los ejes con el nombre de la variable y su correspondiente unidad, usar símbolos para los datos experimentales y líneas continuas para los modelos teóricos, colocar leyendas o recuadros en las zonas del gráfico que sean de destacar y colocar textos a pie del gráfico para que se describa con mayor precisión a que corresponde. Los reportes de discusión en el aula son resúmenes de los trabajos de los es-

Los reportes de discusion en el aula son resumenes de los trabajos de los estudiantes que se utilizan para profundizar el tema, para que los estudiantes expliquen su trabajo y puedan ser retroalimentados mientras lo hacen.

# Reportes para la discusión en el aula

Existen diferentes formas de lograr el objetivo de la retroalimentación de los trabajos, así como diferentes formatos de presentaciones. Aquí brindamos un modelo que nos ha dado resultado para la discusión en el aula pero principalmente para que los estudiantes jerarquicen, dentro de su tarea, aquellos aspectos medulares.

La extensión máxima del trabajo se define en dos carillas con hasta una carilla adicional de anexo. Los elementos principales a tener en cuenta se explican a continuación de forma simplificada.



**Figura A1.3** Sistema masa y resorte: 1-resorte y 2-teléfono inteligente.

#### Título del experimento

Nombres de los integrantes

#### Introducción

Explicar de qué trata el experimento y cuál es el objetivo principal.

# **Detalles experimentales**

Explicar que se mide y como se mide.

Colocar una foto del experimento y usarla para describir los equipos usados, ver figura A1.3 como ejemplo.

# Resultados experimentales

Describir objetivamente los resultados de los gráficos. Usar los gráficos necesarios y no olvidar que deben quedar claros y bien nombrados los ejes, ver figura A1.4.

#### **Análisis**

Analizar los resultados y contrastarlos con otras fuentes de información.

#### Otros comentarios

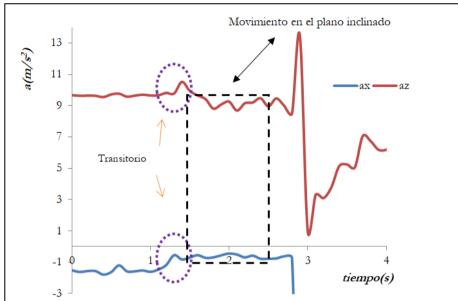
Dificultades encontradas, lecciones aprendidas, que modificaría para que fuera más interesante, etc.

#### Fuentes de consulta

Citar bibliografía o referencias usadas.

# Entrega

No superar las dos carillas para el desarrollo del trabajo más una opcional de anexos. Letra Times New Roman 12. Márgenes normales e interlineado sencillo.



**Figura A1.4** Se identifica con un rectángulo punteado la zona del gráfico correspondiente al descenso del carro por el plano inclinado superado el régimen transitorio.

# Votadores digitales

La primera aproximación de los estudiantes a los contenidos de los cursos de Física básica se da inicialmente al asistir a clases. En el aula, los estudiantes escuchan al docente, ya sea de teórico o práctico, y sacan apuntes. Luego utilizan diferentes estrategias para complementar sus conocimientos: lecturas de libros, videos de Internet, estudio en grupo, etcétera. El trabajo que realizan en el aula es prácticamente nulo, la pasividad es notoria. Estas características de los estudiantes tienen que ver con la propuesta metodológica del docente.

Potenciar el aprendizaje, implica cambiar elementos del aula tradicional por un conjunto de actividades que pueden desarrollar los estudiantes antes, durante y luego de clase. Si los estudiantes se aproximan al tema previo a la clase se puede dedicar el mayor tiempo de clase a aspectos sustanciales de la temática, explicar conceptos y procedimientos "difíciles", generar actividades para que los estudiantes realicen dentro del aula.

Los *votadores digitales* son sistemas de respuesta personal o grupal a distancia que permiten obtener información al momento, de la opinión de un conjunto de estudiantes, sobre un determinado tema en el aula. En tiempo real, los estudiantes pueden intercambiar con el profesor o con sus pares mediante simples clics. Estos sistemas, con un enfoque pedagógico adecuado, pueden ser útiles para varias actividades de aula, como por ejemplo: el aseguramiento de lecturas, identificar la comprensión de conceptos en estudiantes y todo el grupo, resolver problemas paso a paso, entre otros.

Algunas de las características relevantes de los sistemas de votación son:

- \*\* motiva el estudio previo a la clase
- \*\* aumenta el nivel de atención y participación en clases
- \*\* permite la evaluación para el aprendizaje y brindar retroalimenta ción de conceptos al instante
- \*\* facilita la participación de los estudiantes en contexto de masividad
- \*\* contribuye al trabajo en equipo y discusiones grupales

A continuación se realiza una descripción de las generalidades de los *votadores digitales* Enjoy ARS RF 217 (<a href="http://www.enjoyvote.com/enus/products.php?view=15">http://www.enjoyvote.com/enus/products.php?view=15</a>), para su configuración y uso. Los votadores digitales de radio frecuencia (RF) son un sistema digital de votación, ejecutado mediante archivos que incorporan Power Point. El sistema dispone de dos

tipos de control remoto: uno para el docente y otro para los estudiantes ver figura A2.1. El control del estudiante (clicker) tiene una numeración que permite identificar a este con el estudiante. Además, el sistema tiene un receptor (al cual se comunican los votadores por radio frecuencia), un programa para la configuración del grupo (asociar votador-estudiante), el diseño de actividades, realizar el seguimiento de los resultados de las votaciones de los estudiantes, entre otros. Con un proyector, una pantalla y una computadora personal se complementa el sistema.



Figura A2.1 Sistema de votadores con su receptor de radio frecuencia.

El votador maestro del docente tiene la función de administrar el sistema: iniciar y cerrar una actividad, ver resultados de vota-

ciones en formato de tabla o gráfico, cambiar de actividades, entre otras opciones.

El votador del estudiante le permite al estudiante interactuar en la clase con diferentes opciones de alternativa (A, B, C, D, E, F) ante una pregunta, levantar la mano, registrar su asistencia, ya que cada votador tiene un número que se asocia al estudiante.

La actuación de los estudiantes en sus diversas manifestaciones: respuestas, asistencias a clase, intervenciones levantando la mano, veces que se le otorgó la palabra y su evaluación, pueden ser registradas en el programa, si ha sido previamente una vez instalado en la computadora personal del docente y se ha configurado adecuadamente. Aquí se brindan aspectos referidos al uso educativo, dado que a los detalles del programa y su instalación se accede a través de la guía que acompaña el kit cuando es adquirido.

En diferentes momentos de la clase y con fines variados se pueden seguir algunas de las siguientes estrategias:

- 1) Revisión de trabajos planteados antes de clase: Previo a la clase el docente propone alguna de las siguientes estrategias: lecturas, resolución de problemas, experimentos demostrativos, entre otros, y los estudiantes los preparan fuera del aula (estudian). Al llegar a clase se realiza una revisión de la tarea, con un conjunto de preguntas de opciones múltiples, en la que los estudiantes deberán optar de entre al menos cinco opciones, la que consideran correcta, usando los votadores digitales. Si el estudio previo, en cuanto a resultados, demuestra que hay dudas en la temática planteada es posible plantear discusiones para evidenciar los diferentes puntos de vista y direccionar la intervención del docente al tema previo a su desarrollo o complementación. Este tipo de actividad puede considerarse para un diagnóstico al inicio de clases, es decir como evaluación diagnóstica o puede ser tenida en cuenta como parte de la calificación del estudiante, asignándole puntos de los otorgados en el curso.
- 2) Atención y comprensión de temas en el aula: El docente presenta el tema utilizando la estrategia más pertinente a sus objetivos y mediante interrogación didáctica realiza preguntas. Estas deben ser respondidas usando los votadores. Entonces, si las respuestas que se van obteniendo coinciden en un 70% en la o las opciones correctas, se introduce un nuevo concepto/procedimiento. En caso de que las respuestas se diversifiquen en varias opciones, se muestra este hecho a los estudiantes y se solicita que discutan con un compañero su opción, justificando el motivo de la elección. Posteriormente se vuelve a votar. Dependiendo de los resultados de la segunda votación el docente decide si es necesario volver a explicar, complementar, brindar nuevos ejemplos o pasar al nuevo concepto.
- 3) Evaluaciones de proceso o sumativas: En esta modalidad de trabajo el docente transforma su rol, convirtiéndose en un hábil diseñador de actividades, que contribuyen a los aprendizajes de sus estudiantes, poniendo el foco en la evaluación formativa y en el trabajo activo (Martínez-Olvera, Esquivel-Gámez, Castillo, 2014, p. 150). También puede certificar aprendizajes de los estudiantes mediante pruebas que son de sencilla corrección y retroalimentación como los test de respuestas de mútiple opción con puntajes y tiempos estipulados.

# Configuración del programa

El programa se instala en una computadora personal con sistema adecuado a los requerimientos del sistema de votadores (Windows 7) y luego debe configurarse. En la figura A2.2 se presenta una vista de los íconos principales del

programa una vez instalado: Quiz Freedom, Quiz Master, Setting and Query y

Hardware Type Setting, Exam Paper Editor, Question Editor for Quiz Freedom, Standard Exam.

Una vez finalizada la instalación, el primer paso es configurar el tipo de hardware en: *Hardware Type Setting*. Para esto, se deben seleccionar: contraseña (88888888), Type: 217, Teacher: 13 Keys y Max ID No: 2000.

# Exam Paper Editor All Hardware Type Setting Question Editor for Quiz Freedom Quiz Freedom Quiz Master Setting and Query Standard Exam

Figura A2.2 Iconos que se generan una vez instalado el software en la computadora personal.

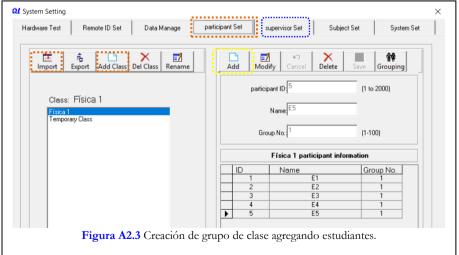
#### Creación del grupo

Como un primer paso se sugiere crear un archivo en Excel (aunque no es la única opción, pero es prácti-

ca), que contenga las siguientes columnas: ID NO (número de votador), Name (nombre de los estudiantes correspondientes a cada votador) y Group NO (grupo al que pertenecen), guardado en una versión compatible con el programa (Excel 97-2003).

Para la creación de un grupo en el sistema se debe acceder a *Setting and Query*. Para ilustrar la manera en que se crea un grupo, y a modo de ejemplo sencillo del procedimiento, supongamos que los estudiantes del grupo son: E1, E2, E3, E4 y E5.

Luego ingrese a Setting and Query, opción Manager (contraseña 88888888), Set y opción participan Set. En participant Set se crea el grupo clase (Add Class) y



realice la importación del archivo Excel (*Import*) en donde figuran sus estudiantes identificados con su votador. Si no se cuenta con dicho archivo, se

pueden ingresar los estudiantes uno a uno con la opción agregar (Add) y se debe ir guardando cada vez que realiza el ingreso (Save). También es posible agregar nuevos grupos clase (Add Class), renombrarlos, etcétera. Finalmente se define el docente (supervisor Set) o grupo de docentes encargados del grupo y la asignatura/nombre de referencia. En la figura A2.3 se resaltan con recuadros punteados de diferentes colores la ubicación en la ventana de las opciones principales.

#### Votadores en acción

Para comenzar a experimentar con el sistema de votación se debe iniciar el ícono *Quiz Master*, el cual solicita por única vez el código de registro o número de serie (S/N) del receptor. El docente se identifica, identifica su grupo (*Class*) el tipo de tarea (más adelante se brinda un ejemplo de creación de tarea) y presiona Ok, ver figura A2.4.



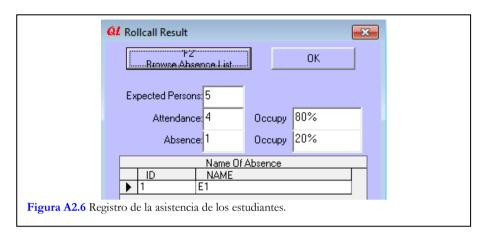
#### Ejemplo 1: Registro de asistencia

Una vez que se selecciona el grupo y da Ok aparece el cuadro de diálogo *Quiz Genius*, ver la figura A2.5. Seleccione parti-



cipación individual y el modo de actividad #Attendance he inicie el sistema. Con el control del docente comience la votación y los estudiantes tienen hasta 240 segundos para registrarse presionando cualquiera de las teclas de opciones del votador. Este proceso de respuestas se puede visualizar en la pantalla de la computadora personal o en la pantalla de proyección mediante un esquema numerado que cambia de color al realizar el registro de asistencia.

Finalizado el intervalo de tiempo de votación se muestra un reporte, ver figura A2.6, el cual se puede guardar para consultas. Registrar la asistencia al inicio de la clase permite, en votaciones a realizar durante la clase, saber quiénes efectivamente deben ser contados (porcentaje) para la estadística de respuestas correctas.



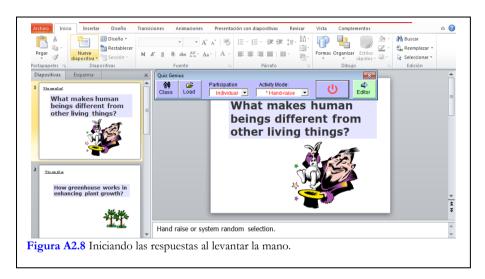
Para consultar el registro de asistencia en cualquier momento se debe ingresar a Setting and Query opción Manager e introducir la contraseña correspon-



diente. Una vez ingresado al sistema se ingresa a *Query* y se debe seleccionar *Class Attendance* y pedir el reporte correspondiente al grupo y fecha de clase presionando *Query*, ver figura A2.7.

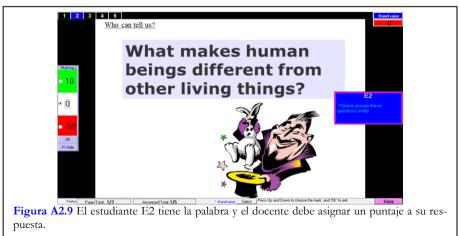
#### Ejemplo 2: Solicitar la participación oral en clase

Seleccionado el grupo, docente y asignatura en el cuadro de diálogo *Quiz Genius* se debe optar por el tipo de participación y el modo de la actividad. Para registrar la participación oral en clase se selecciona *individual* y el modo de actividad *Hand-raise* (levantar la mano), previamente se debe haber cargado



la actividad de preguntas, ver figura A2.8.

Al iniciar el modo el primer estudiante en votador tendrá la palabra y el docente es el que lo calificara teniendo la opción -10, 0, 10, dependiendo de lo

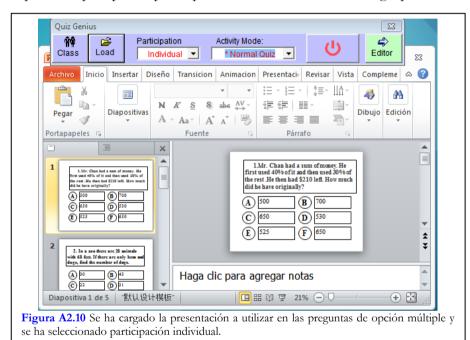


acertado o no de la respuesta, ver figura A2.9. Con el votador docente presionando la opción cuadricula se puede acceder a la puntuación de cada estudiante y el tiempo de reacción para brindar la respuesta.

#### Ejemplo 3: Preguntas de múltiple opción

Antes de desarrollar la actividad se debe seleccionar el grupo, docente y asignatura. Luego en el cuadro de diálogo de *Quiz Genius* se carga la presentación (*Load*) y se elige una de entre las disponibles, ver figura A2.10.

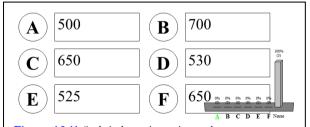
Es posible optar por la participación en modo individual o grupal. El modo



de actividad es Normal Quiz. Las preguntas por defecto otorgan 30 segundos

para la votación. Si por el tipo de pregunta es necesario un tiempo mayor una posible estrategia es brindar a los estudiantes tiempo previo para pensar o desarrollar cálculos y luego iniciar la votación.

Al terminar el tiempo (30 s), aparecerá en pantalla el



**Figura A2.11** Se brindan seis opciones de respuestas ante una pregunta, la opción A es la correcta y se indica con el color verde. En este caso no han respondido los estudiantes y eso se indica con la barra de None en 100%.

registro de respuestas correspondiente a cada opción, y si se ha configurado la tarea para que muestre la correcta esta estará en color verde. A modo de ejemplo, en la figura A2.11, se muestra que los estudiantes no han votado y la opción correcta es la **A**. Finalizado el test se puede repetir un nuevo intento, previo al registro de los resultados del primero.

La multiple opción es una de las estrategias más usadas. Pero pueden utilizarse otras como: juego de respuestas rápidas, juego de eliminación, encuestas por votación, puntuación, etcétera. La estrategia elegida dependerá de los objetivos planeados por el docente.

Al finalizar una actividad, el programa permite guardar los registros de la misma, constituyéndose en una herramienta importante para el docente para visualizar la actuación del grupo y el desempeño de cada estudiante. En *Setting and Query* se pueden consultar estos registros y descargarse para su utilización con diferentes fines: evaluación de aprendizajes, investigación en enseñanza, entre otros.

A continuación se presentan en las figuras A2.12 a A2.14 se ilustran, a modo de ejemplo, diferentes salidas del registro: asistencia, detalles de las respuestas de los estudiantes en las actividades e histograma de respuestas.

Grupo_Física(8/21/2018 14:44:31)Attendance Record		
ID No	Name	Attendance Information
1	E1	Absence
2	E2	Attendance
3	E3	Attendance
4	E4	Attendance
5	E5	Attendance

# Activity Name math questions(Normal quiz).ppt21/08/2018 05:22:42 p.m. Path of Test C:\Program Files\Enjoy ARS All\_V3.10.4\Tecleras\paper\_base\math questions(Normal quiz).ppt Activity Normal Quiz Activity Date 21/08/2018 05:22:42 p.m. Participation Mode Individual

Mark 10 Correct Answer A

Qu. Title 1.Mr. Chan had a sum of money. He first used 40% of it and then used 30% of the rest .He then had \$210 left. How much did he have originally?

A:	B:	C:	D:	E:	F:
500	700	650	530	525	650

ID No	Name	Group no.	Answer	
1	E1	1	None	
2	E2	1	А	
3	E3	1	А	
4	E4	1	А	
5	E5	1	Α	

Figura A2.13 Registro de actividad con detalles de la pregunta, respuestas tentativas y respuestas de los estudiantes.

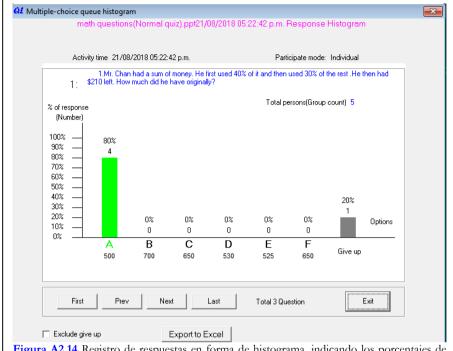


Figura A2.14 Registro de respuestas en forma de histograma, indicando los porcentajes de las opciones que seleccionan los estudiantes, en este caso el 80% responde por la opción correcta y uno de los estudiantes no responde.

#### Creación de preguntas

Se pueden elabrar preguntas/actividades para los estudiantes utilizando el modelo estándar, el modelo especial o el diseño que el docente entienda pertinente de acuerdo al tipo de recurso que quiera incorporar: videos, simuladores, enlaces a páginas web, aplicaciones de smartphones, etcétera.

Al ingresar a *Quiz Master* basta con seleccionar el curso, asignatura y docente y en el *Quiz Genius* usar la función *Editor*.

Con la opción *New* se puede comenzar a crear un nuevo test, se agrega una nueva diapositiva y se selecciona el tipo de pregunta, ver figura

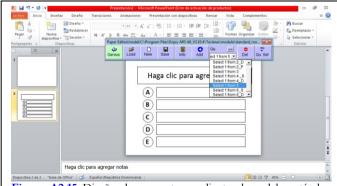
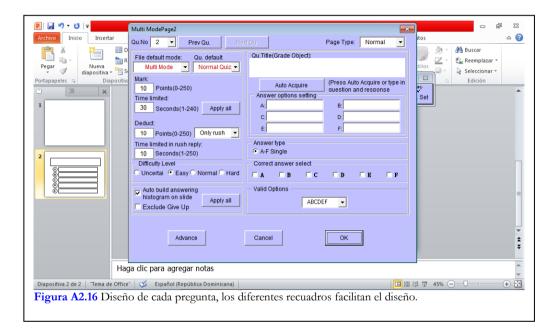


Figura A2.15 Diseño de preguntas mediante el modelo estándar, cada pregunta se diseña de acuerdo con el interés del docente. Se pueden seleccionar diferente cantidad de opciones de respuesta.

A2.15. Luego llega el momento de ingresar las preguntas, identificar o no la correcta, el puntaje asignado, el tiempo de votación, posibles deducciones por errores de respuesta, entre otros. Es posible realizar diferentes combinaciones de preguntas en el sentido de que las opciones de respuesta pregunta a pregunta pueden ser diferentes, por ejemplo: en una pregunta seis opciones y en otra tres. En la figura A2.16 se muestra la vista de editor de preguntas. Este proceso de agregar diapositivas se repite para cada una de las preguntas que se necesiten incorporar al test.



## Cuestionarios en Entornos Virtuales de Aprendizaje

Los cuestionarios en el Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) son una actividad que permite al docente plantear preguntas a los estudiantes en diferentes formatos: preguntas tipo opción múltiple, verdadero/falso, coincidencia, respuesta corta y respuesta numérica. Los cuestionarios pueden usarse para hacer: exámenes del curso, test, tareas de lectura, entre otras.

Una de las ventajas de su inclusión en los cursos es la extensión del tiempo pedagógico y el aprovechamiento por parte del estudiante en actividades que aportan a los aprendizajes de los conceptos y procedimientos que serán objeto de próximas clases o que se trataron y se busca, a



cuestionario dentro de un tema de un curso.

través del cuestionario, reforzarlas o complementarlas con su aplicación a situaciones variadas, y que por falta de tiempo de aula no se tratan directamente.

Estos cuestionarios ofrecen, al menos, la posibilidad de:

<sup>\*\*</sup> secuenciar un conjunto de preguntas o seleccionarlas de forma aleatoria, desde un banco de preguntas

<sup>\*\*</sup>estipular el tiempo para realizarlos

<sup>\*\*</sup>brindar retroalimentación al instante

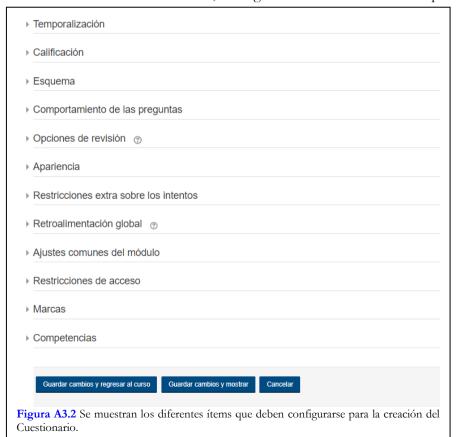
- \*\*uno o varios intentos de realización
- \*\* guardar en el libro de calificaciones de forma automática los desempeños de los estudiantes.

El registro en el libro de calificaciones permite asignar puntajes por estos trabajos a los estudiantes y que estos influyan en cierto grado en la calificación del curso.

A continuación se describe uno de los posibles procedimientos para la creación de un cuestionario, su diseño (de preguntas) y la forma en que pueden obtener los resultados de las actuaciones de los estudiantes. Estos resultados, a partir de su discusión y análisis, sirven para retroalimentar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

#### Creación de un cuestionario

Para crear un cuestionario se debe *Activar Edición* y en el tema correspondiente se añade la actividad Cuestionario, ver figura A3.1. Se selecciona la opción



cuestionario y se agrega. Ahí se genera la actividad y la lista para ser editada, es decir realizar su configuración general. La configuración general se inicia con el nombre que se le debe asignar al cuestionario, así como con la descripción del mismo (objetivos, logros de aprendizaje u otros). Posteriomente de creada la actividad, se deben configurar varios ítemes, como se muestran en la figura A3.2.

A continuación se comparte una configuración (no exhaustiva) para diseñar cuestionarios para cursos de Física, utilizables en otras asignaturas si se atienden los requerimientos especiales que estas pueden tener. El objetivo de presentarlo aquí es motivar a los colegas para su implementación dado que el valioso tiempo que se invierte en su diseño es optimizado cuando con simples adaptaciones puede utilizárselo en otros temas o cursos y/o de forma trasversal.

**Temporalización:** Aquí se debe definir desde donde y hasta cuando estará disponible el cuestionario. Dependiendo del objetivo buscado el tiempo puede ir desde antes de la clase o luego de esta y se sugiere que como mínimo esté disponible una semana para su abordaje.

**Calificación:** Por defecto (calificación más alta), se debe agregar la nota de aprobación y se debe atender a la cantidad de intentos que serán permitidos a los estudiantes.

Esquema: Define la cantidad de preguntas por página, es usual usar una página cada 3 o 4 preguntas.

Comportamiento de las preguntas: las respuestas se organizan por azar y la retroalimentación debe adaptarse a los fines perseguidos, sugerimos inmediata para preguntas múltiple opción.

Opciones de revisión: Por defecto.

Apariencia: imagen pequeña del usuario y 0 decimales.

Restricciones extra sobre los intentos: Por defecto.

**Retroalimentación global:** 100-90% Excelente, 90-80% Muy bueno, 80-70% Buen trabajo, 70-60 Aceptable, 60-0% Intente nuevamente.

Ajustes comunes del módulo: Por defecto u ocultar mientras se arma.

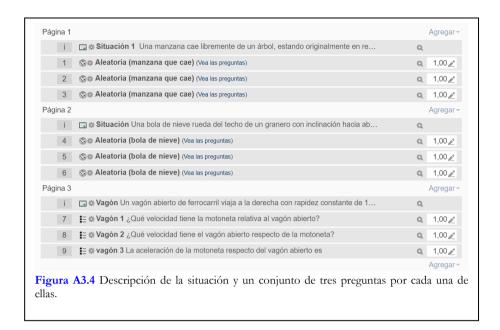
Restricciones de acceso, marcas y competencias: por defecto.



Con los ajustes anteriores ya está creado el cuestionario en el lugar asignado y puede comenzarse la edición del cuestionario en sí, es decir, comenzar a realizar las descripciones de situaciones así como elaboración de las preguntas, ver figura A3.3.

#### Diseño de preguntas

En Física es común realizar varias preguntas de una situación dada, por lo general se agrega una *Descripción*, esta no es una pregunta en sí, sino una forma de añadir algunas instrucciones u otros contenidos a la pregunta. Es común usar varias preguntas de opción múltiple, que permiten la selección de una o varias respuestas a partir de un conjunto predefinido, a las descripciones. Las descripciones y preguntas se agregan una a una, ver figura A3.4.



En la figura A3.5 se muestra una pregunta en el modo de vista que los estudiantes tienen al momento de responderlas. En la parte superior se muestra la *Descripción* y debajo de esta una pregunta con las opciones dadas.



#### Resultados de las actuaciones de los estudiantes

Una vez que se cierra el cuestionario se analizan los resultados obtenidos. En este sentido, expresar que la plataforma permite obtener informaciones para identificar los avances de los estudiantes y reconocer las dificultades principales en las preguntas. Asimismo brinda soporte sobre el grado de dificultad de una determinada pregunta, la concordancia/discrepancia en una determinada respuesta, y la eficiencia discriminativa, que pueden constituirse en una herramienta para el docente.

#### Resultados

- Calificaciones
- Respuestas detalladas
- Estadísticas
- Calificación manual

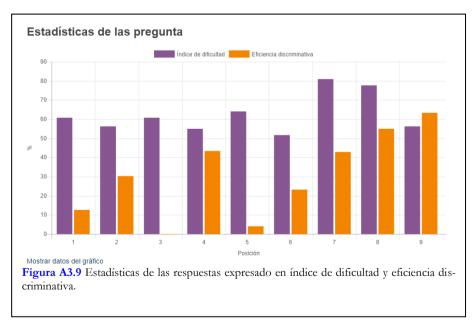
Figura A3.6 Resultados y sus diferentes vistas.

En la figura A3.6 se muestran las diferentes vistas de los resultados: calificaciones, Respuestas detalladas, Estadísticas y Calificación manual. Las respuestas detalladas permiten conocer los puntajes obtenidos por los estudiantes sobre el total de puntos, identificar en que preguntas se ha equivocado y si la pregunta permite más de una opción, identificar si en un posterior intento responde de forma correcta o no. Así se identifica el avance de cada estudiante de forma ágil, ver figura A3.7.

Otra de las visualizaciones de los resultados consiste en las estadísticas, ver figura A3.8. Son informaciones que, más allá del valor que tienen para un cuestionario en particular, muchas veces sirven para investigaciones en sucesivos cursos.

Finalmente otra forma de visualización consiste en ver en formato de histograma el índice de dificultad y de eficiencia discriminada, ver figura A3.9.





### Sobre el autor

José Luis Di Laccio: es doctorando en Ingeniería Física por la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República (UdelaR). Magister en Química-Orientación Educación de la Facultad de Química de la UdelaR. Cuenta con una Especialización en Física del plan conjunto ANEP-UdelaR y otra Especialización en Gestión Educativa en la Universidad Católica del Uruguay (UCU). Es egresado del Instituto de Formación docente



"Rosa Silvestri" como profesor de enseñanza media en la especialidad Física y también como profesor ayudante Preparador de Laboratorio de Física. Tiene experiencia en docencia terciaria de Física, en formación docente en el profesorado de Física y en diferentes cursos que ofrece el Departamento de Física del Centro Universitario regional Litoral Norte (CENUR LN).

## Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia y amigos por su sustento, comprensión y paciencia durante la realización de este manual. Sus palabras de aliento han sido una gran fuente de energía positiva. El saber que están presentes de diferentes formas y apoyando la tarea hace que todo sea más sencillo.

La tarea de escribir los proyectos propuestos para compartir con colegas y entusiastas de la enseñanza para el aprendizaje de la Física tiene su génesis hace varios años, cuando conocí parte de los trabajos de Salvador Gil en enseñanza de la Física. Sus trabajos experimentales, con la incorporación de TIC, fueron movilizantes en mi formación docente. Activando mi motivación, creatividad y curiosidad para la búsqueda de alternativas en enseñanza de la Física para el logro de aprendizajes en los estudiantes.

Todos aprendemos de nuestra experiencia, que es personal e intransferible. El posicionar a los estudiantes en situaciones en donde debe investigar, decidir, valorar, entre otros para extraer conocimientos colabora de forma transversal con el aprendizaje de rutinas científicas.

"Menos es más", es una frase que me ha acompañado y ayudado en la búsqueda de propuestas alternativas de proyectos que pongan el foco en el trabajo del estudiante. Esta frase es muy usada por quien es hoy mí querido profesor y amigo, "Salva". Quiero agradecerle por aportarme tanto en este camino, ser inspiración y ayuda en el desarrollo de este trabajo. También agradezco a integrantes de su equipo de trabajo en enseñanza: Silvia Calderón, Pablo Núñez y Leila Mora Ianelli.

Agradezco a mis colegas del departamento de Física del CENUR Litoral Norte, así como a los del departamento de Física del CERP del Litoral: Marcelo Zorrilla, Juan Rodríguez, Sofía Narbondo, Eduardo Álvarez, Andreína Tesis, Margarita Grandjean, Emilio Silva García, Rubén Rodríguez, Andrea Torales, Aurel Cardozo y Francisco Beretta, con quienes he compartido algunos de los proyectos y/o lo han implementado en sus cursos. Una mención especial a Gerardo Vitale, Rodrigo Alonso Suárez, Gonzalo Abal y Cecilia Garbarino por su ayuda en la elaboración del manual y confianza a lo largo de este proceso.

Un reconocimiento a mis estudiantes. Han sido partícipes de las primeras versiones de los proyectos, brindado su valoración que ha ayudado a mejorarlos. Camila Hernández, Bianca Silveira, Antonella Di Laccio y Fernanda Di Laccio han dedicado muchas horas de su tiempo a colaborar con el montaje y toma de datos de varios proyectos a quienes estoy inmensamente agradecido.

Agradezco al Laboratorio de Investigación en Enseñanza de la Física (LIEF) del CENUR Litoral Norte de la Universidad de la República y al Laboratorio de Física del CERP del Litoral que amablemente han cedido su espacio y equipos para testear algunos proyectos.

Finalmente agradezco a la Comisión Sectorial de Enseñanza por el subsidio otorgado para la realización de este manual. El mismo es el resultado de la aprobación del proyecto del concurso del llamado a manuales didácticos.